UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI – FEDERICO II

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

Messerschmitt Me-262 Schwalbe

Meccanica del Volo

Danilo – http://dany-aerospace.blogspot.com/

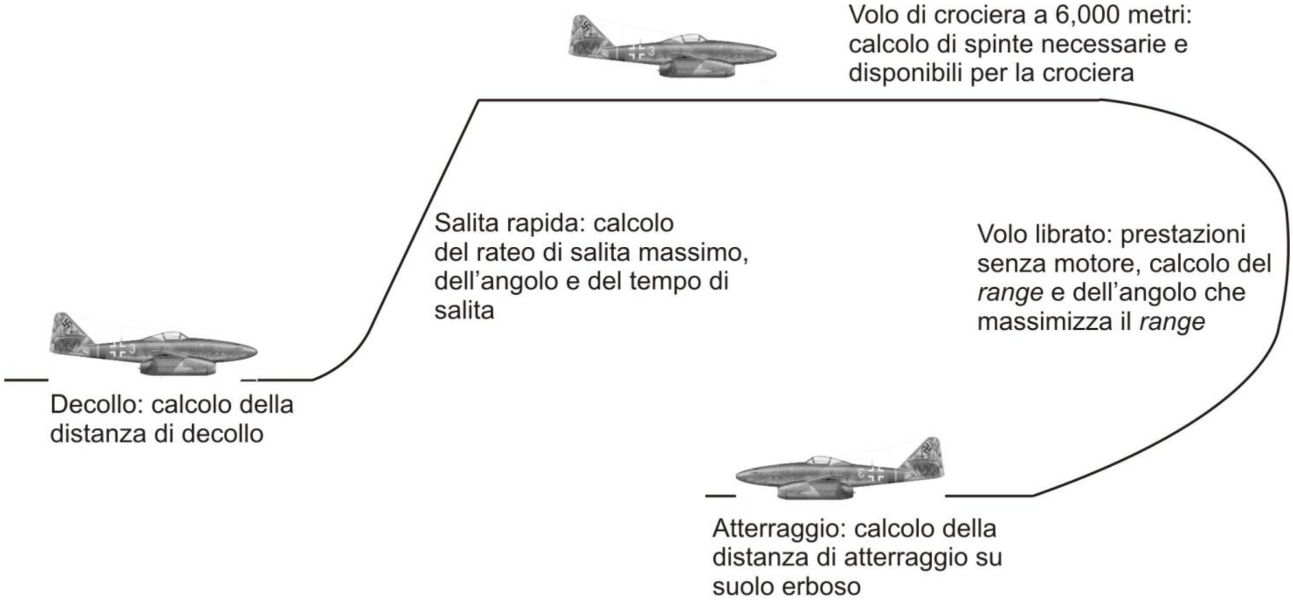
15/02/2007

Analisi di una missione tipo e studio delle prestazioni del velivolo: la missione prevede decollo da pista di cemento, salita a 6000 metri, crociera a 6000 metri, discesa in volo librato e atterraggio su erba.

In questo elaborato si effettua un'analisi delle prestazioni del primo caccia a reazione della storia, il *Messerschmitt Me-262*. A tal fine si è ipotizzata una missione tipica che prevede:

1. Decollo da pista di cemento
2. Salita a 6,000 metri di quota
3. Crociera a 6,000 metri di quota
4. Volo librato alla massima efficienza aerodinamica
5. Atterraggio su erba

Di seguito è illustrato il piano di volo:



Prima di cominciare però è necessario elencare le caratteristiche del velivolo

Apertura alare	$b = 12.50$ m
Superficie alare	$S = 21.70$ m^2
Alt. ali dal suolo	$h_w = 1.5$ m
Allungamento alare	$AR = b^2/S = 7.2$
Peso al decollo	$W_g = 6400$ Kg
Peso a vuoto	$W_e = 3800$ Kg
Spinta massima	$Ta_{max} = 2 * 900$ Kg
Spinta in crociera	$Ta = 80\%\ Ta_{max}$

Coefficienti e parametri aerodinamici (stimati da altri velivoli simili)

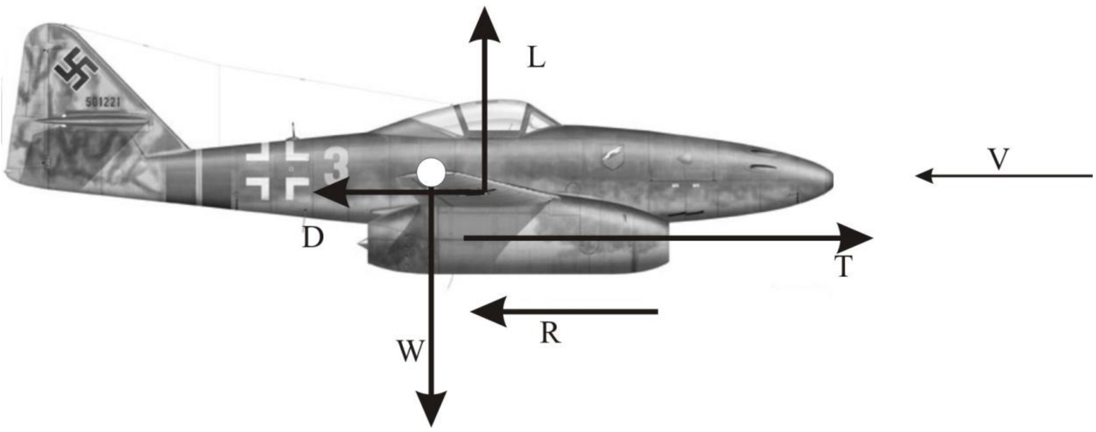
$C_{Lmax} = 2.0$	Coefficiente di portanza max
$C_{D0} = 0.020$	Coefficiente di resistenza C_L=0
$e = 0.7$	Fattore di Oswald

Altri parametri

$g = 9.8$ m/s^2	Accelerazione di gravità
$\rho_{SL} = 1.225$ Kg/m^3	Densità aria liv. mare
$\rho_h = 0.66011$ Kg/m^3	Densità aria 6,000 m

Elencati i parametri fondamentali si passa ad analizzare il volo fase per fase; dapprima **il decollo**.

Lo schema delle forze agenti sul velivolo è il seguente:



Il moto è, ovviamente, accelerato con almeno 3 forze che variano durante il decollo (la portanza L, la resistenza aerodinamica D e la forza d'attrito R). Si ha quindi

$$F = T - D - R = m\frac{dV}{dt}$$

La forza R è dovuta all'attrito che esercitano le gomme del carrello del velivolo (non rappresentato) con la pista; essa può essere stimata come

$$R = \mu(W_g - L)$$

Dove con μ si è indicato il coefficiente di attrito della pista, stimato 0.02 per il cemento.

Per la natura del moto bisognerebbe integrare l'equazione precedente per ottenere la velocità e poi la distanza di decollo. Per evitare tale laborioso processo si ricorre ad una media della forza F: tutte le forze che la compongono (eccezion fatta per la spinta, che è praticamente costante per un turbo jet) si valutano al 70% della velocità di decollo.

Bisogna inoltre tener presente che, a causa del cosiddetto *effetto suolo*, la resistenza indotta del velivolo diminuisce, cioè il coefficiente aerodinamico C_{Di} va moltiplicato per un fattore correttivo minore di uno. Tale fattore dipende dal rapporto tra l'altezza delle ali dal suolo e l'apertura alare:

$$\phi = \frac{(16h/b)^2}{1 + (16h/b)^2} = 0.78662$$

per cui

$$D = \frac{1}{2}\rho_{SL}(0.7\,V_{TO})^2 S\left(C_{D0} + \frac{\phi\, {C_{Lmax}}^2}{\pi ARe}\right) = 4839.5\,N$$

dove V_{TO} è la velocità di decollo definita come 1.2 volte la velocità di stallo V_{min} che a sua volta viene stimata in volo rettilineo livellato ponendo $L = W$

$$V_{min} = \sqrt{\frac{2W}{\rho_{SL} S C_{Lmax}}} = 48.57\, m/s = 175\ \ Km/h$$

a livello del mare. Dunque *V_{TO} = 58.28 m/s = 210 Km/h*.

Simile discorso per la portanza al decollo (varia da 0 a W_g)

$$L = \frac{1}{2} \rho_{SL} (0.7\, V_{TO})^2 S C_{Lmax} = 44255\, N$$

La distanza di decollo viene così calcolata

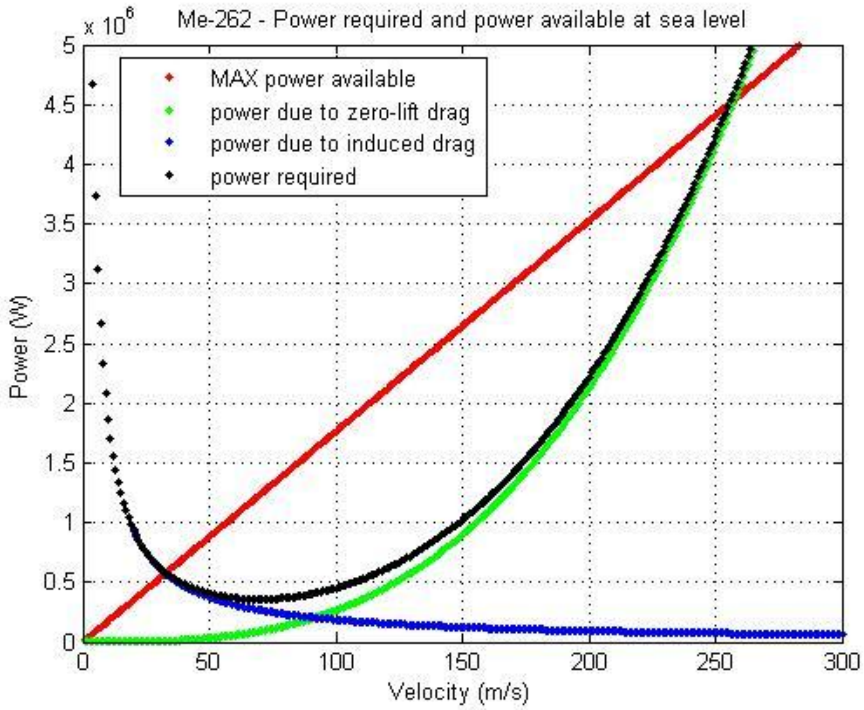
$$d_{TO} = \frac{1.44 W_g^2}{\rho_{SL} S C_{Lmax} g \{T_{Amax} - R\}_{0.7 V_{TO}}} = 875\, m$$

Si può ora passare all'analisi della seconda fase: **la salita**. In una missione di intercettazione il velivolo deve portarsi alla quota designata nel più breve tempo possibile, nel nostro caso 6,000 metri. Il *Messerschmitt* dovrà quindi effettuare una *salita rapida*.

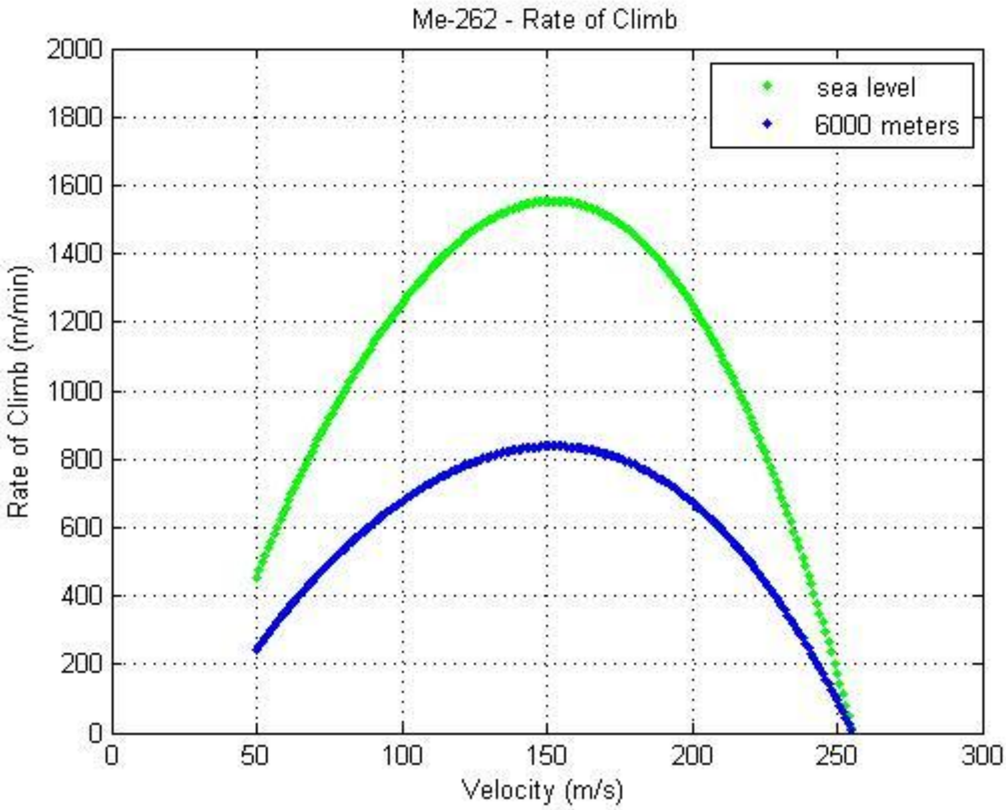
Il *rateo di salita* massimo è il massimo eccesso di potenza (rapportato al peso del velivolo) che il propulsore può offrire.

$$Max\ rate\ of\ climb = \frac{\max(power\ available - power\ required)}{W_g}$$

dove la potenza disponibile varia linearmente con la velocità di volo, mentre quella richiesta è una curva più complicata. I grafici seguenti sono stati ottenuti elaborando i dati del velivolo in codice MATLAB.



Ogni segmento verticale compreso tra le curve rappresenta un eccesso di potenza; il massimo lo si ha sui 150 *m/s* = 540 *Km/h*. Lo si può verificare anche *plottando* il rateo di salita in funzione della velocità di volo:



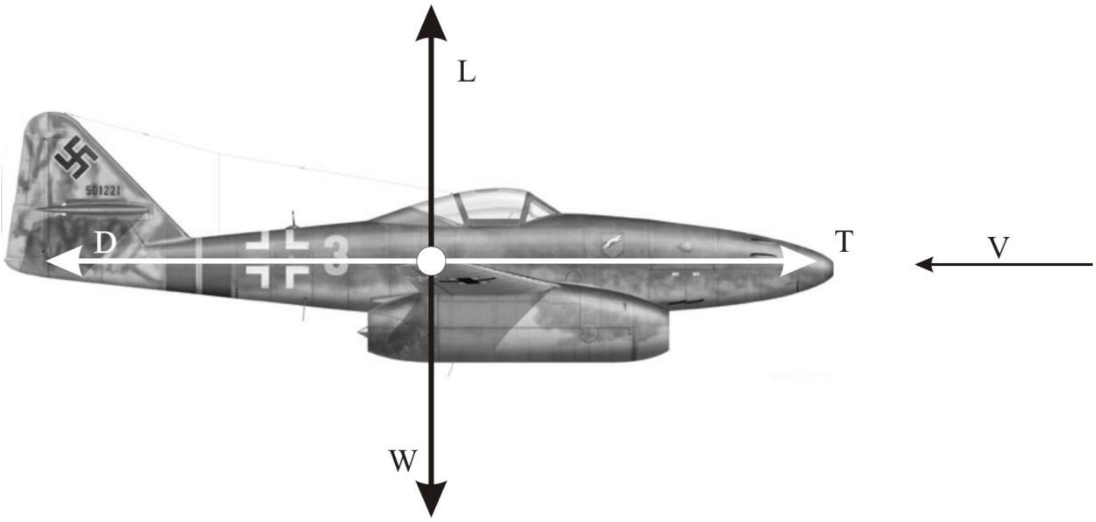
Ovviamente l'abbassamento della densità, dovuto all'aumentare della quota, andrà ad incidere sulla spinta e quindi sulle prestazioni di salita. Per cui si stima il rateo di salita come una media aritmetica tra il massimo ottenuto a livello del mare ed il massimo che si ha a 6,000 metri di quota: la figura, ma sono stati svolti accurati calcoli in MATLAB, suggerisce un rateo di salita medio pari a 1200 metri al minuto. Per cui il velivolo sarà in grado di raggiungere la quota prefissata entro 5 minuti. Si ricordi che il velivolo è a pieno carico (6400 Kg), *potendo raggiungere i 2000 metri al minuto con un peso totale di 4400 Kg!*

Noto il rateo di salita e la velocità di volo si può agevolmente calcolare l'angolo di cabrata iniziale che il pilota deve ottenere per ottimizzare la salita; dalla trigonometria:

$$\theta_{init} = \frac{Rate\ of\ Climb}{V} = 7.6°$$

essendo proprio il rateo di salita la componente verticale della velocità di volo.

Ora si è in **condizioni di crociera** alla quota designata per la missione: i turboreattori vengono portati all'80% della loro capacità massima. Si tratta quindi di calcolare le spinte necessarie e disponibili e vedere a quali velocità il velivolo è in volo rettilineo uniforme. La condizione di crociera è la più semplice da studiare: lo schema seguente riassume le 4 forze principali



Senza ledere di generalità si considerano le forze applicate nel baricentro e si pone:

L = W

T = D

La spinta disponibile di un motore turbogetto è pressoché costante con la velocità di volo. Resta da vedere l'espressione della spinta richiesta; allora

$$T_R = D = \frac{1}{2}\rho_h V^2 S C_D = \frac{1}{2}\rho_h V^2 S\left(C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi A R e}\right)$$

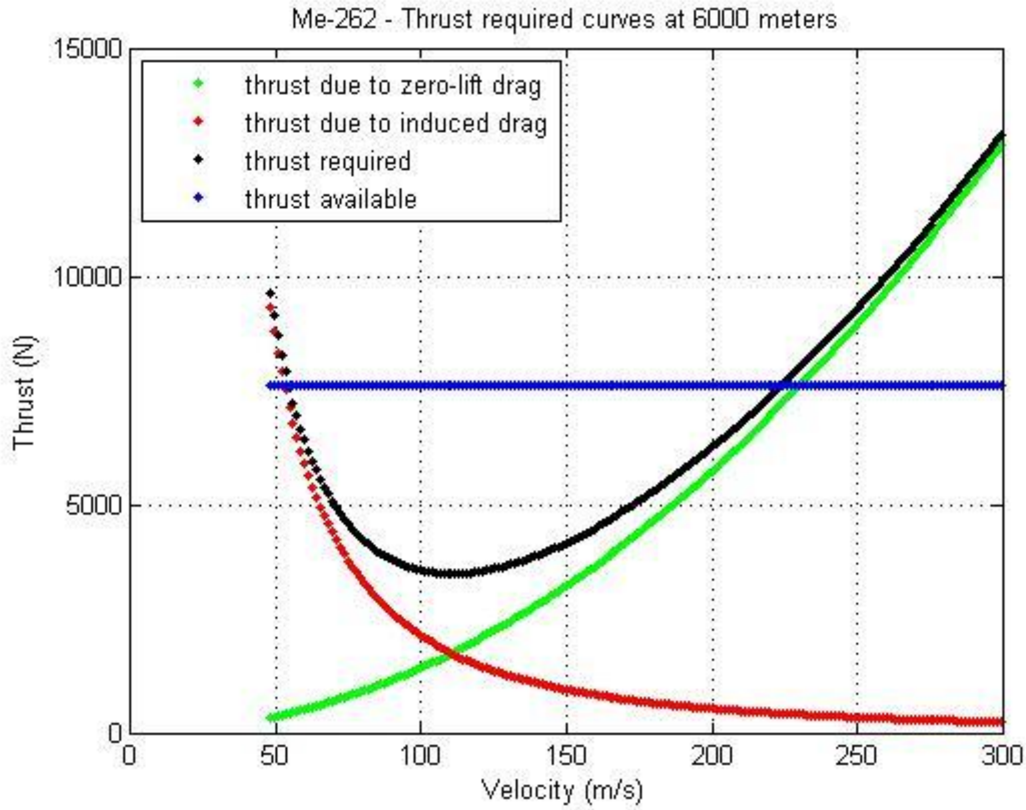
$$C_L = \frac{2W}{\rho V^2 S}$$

$$T_R = \frac{1}{2}\rho_h V^2 S C_{D0} + \frac{2W^2}{\rho_h V^2 S \pi A R e}$$

per cui la spinta necessaria sarà somma di due termini: il primo varia con il quadrato della velocità e rappresenta la spinta necessaria per vincere la *resistenza di penetrazione* del velivolo, l'altro varia con l'inverso del quadrato della velocità ed è la spinta necessaria per vincere la resistenza indotta del velivolo (ora il peso *W* è stato stimato pari a 5000 *Kg*, per via del consumo di carburante).

<u>La spinta minima corrisponde alle condizioni di massima efficienza aerodinamica</u> in quanto

$$\frac{T}{W} = \frac{D}{L} \xrightarrow{yields} T = \frac{W}{L/D} = \frac{W}{E}$$



Per essere in volo rettilineo livellato dovrà aversi necessariamente $T_R = T_A$

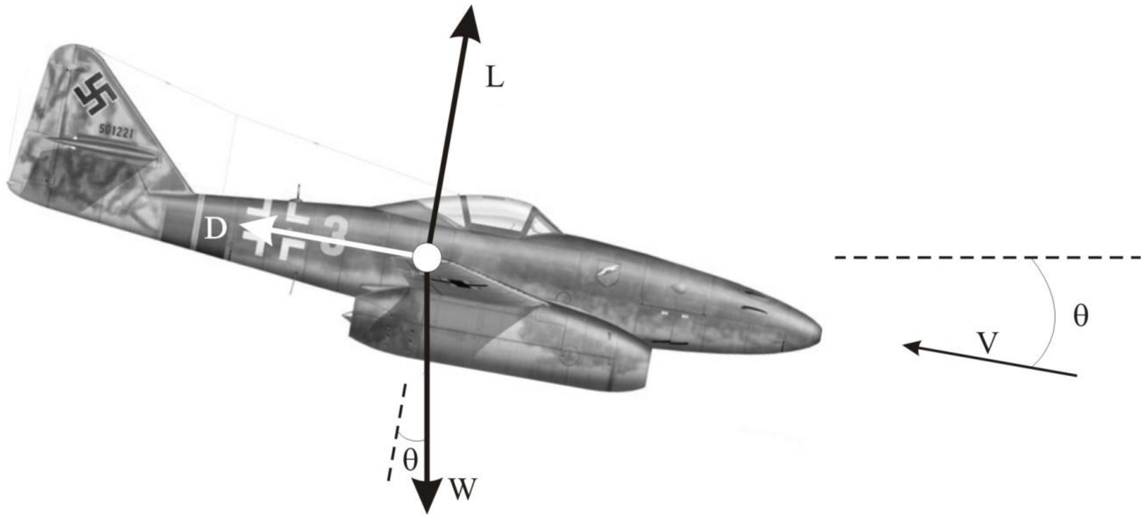
Sono due i punti di equilibrio possibili nel grafico qui sopra: il primo per basse velocità e per alti C_L corrisponde a situazioni di equilibrio instabile, in quanto piccole perturbazioni allontanano sempre di più il velivolo dalle condizioni di equilibrio. Da preferirsi invece il punto di funzionamento ad alte velocità e bassi C_L in quanto condizione di equilibrio stabile. Se volessi invece volare alla massima efficienza, cioè alla minima spinta, dovrei regolare la manetta in modo da portare la spinta disponibile (blu) tangente alla curva della spinta richiesta (nera), ma in tal caso avrei un unico punto di equilibrio ed inoltre volerei più lentamente del previsto, infatti:

$V_{Tmin} = 110\ m/s = 397\ Km/h$

Mentre le condizioni di crociera prefissate contemplano una velocità doppia

$V = 220\ m/s = 790\ Km/h$

Si supponga ora che il velivolo abbia subito dei danni durante la sua missione, in particolare abbia entrambi i motori fuori uso (situazione piuttosto realistica e frequente durante le ultime fasi della Seconda Guerra Mondiale, data la fragilità dei primi turbogetti ed il loro posizionamento sul velivolo): il pilota è costretto a planare fino a raggiungere una zona erbosa pianeggiante dove effettuare un atterraggio di fortuna. Il **volo librato**. Ora è necessario che il pilota si mantenga alla massima efficienza se vuole coprire la maggior distanza al suolo (*range*) possibile.



Le equazioni di equilibrio sono

L = WcosΘ

D = WsinΘ

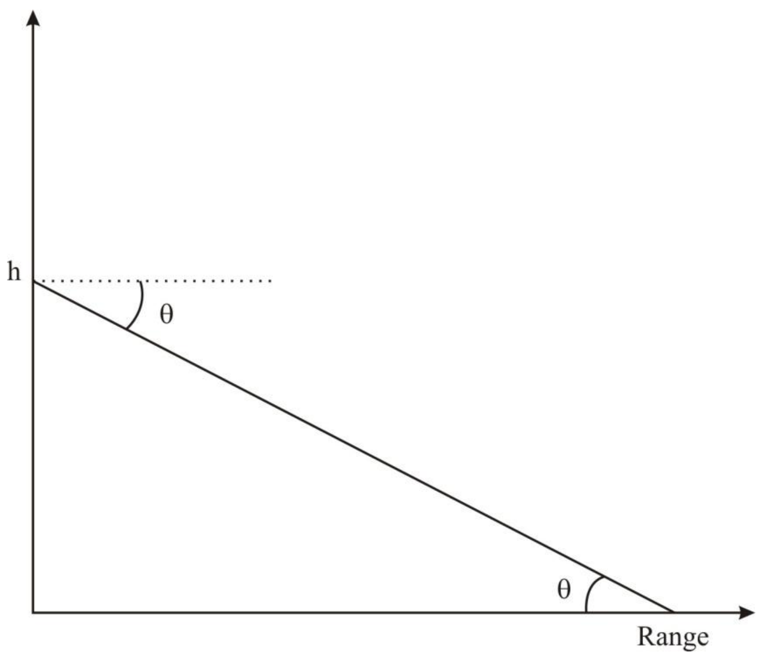
per cui si può considerare la spinta come esercitata dalla componente tangenziale della forza peso. Il rapporto

$$\frac{L}{D} = E = \frac{W cos\theta}{W sin\theta} = \frac{1}{tg\theta}$$

per cui

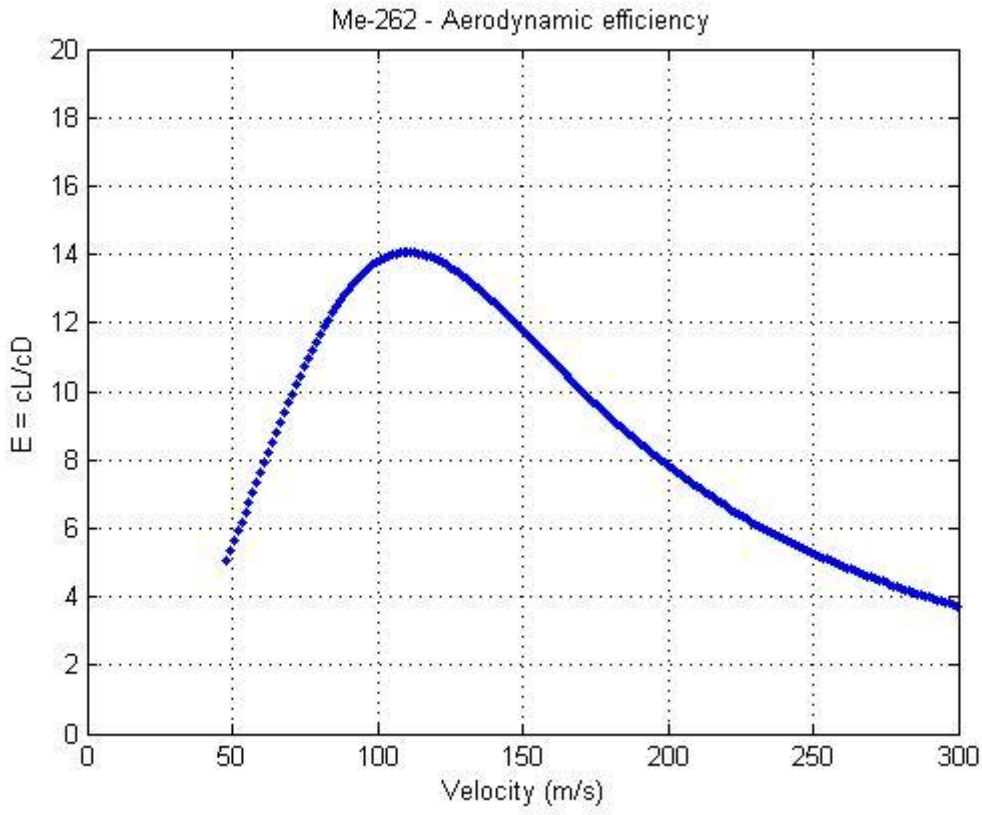
$$\theta_{min} = tg^{-1}\left(\frac{1}{E_{max}}\right) = tg^{-1}\left(\frac{1}{14.07}\right) = 4°$$

e ciò comporta il massimo *range* in volo librato



A tal fine si riporta il grafico dell'efficienza aerodinamica *E* in funzione della velocità di volo *V*.

Da notare che l'efficienza è un numero adimensionale e come tale NON dipende da fattori quali velocità, quota, spinta, etc. ma soltanto da altri parametri adimensionali quali l'angolo d'attacco. L'efficienza massima in questo caso è circa 14 e corrisponde ad una velocità pari a 397 *Km/h* o 110 *m/s*; al variare della quota varia la velocità a cui l'efficienza è massima, ma il valore dell'efficienza massima rimane costante!



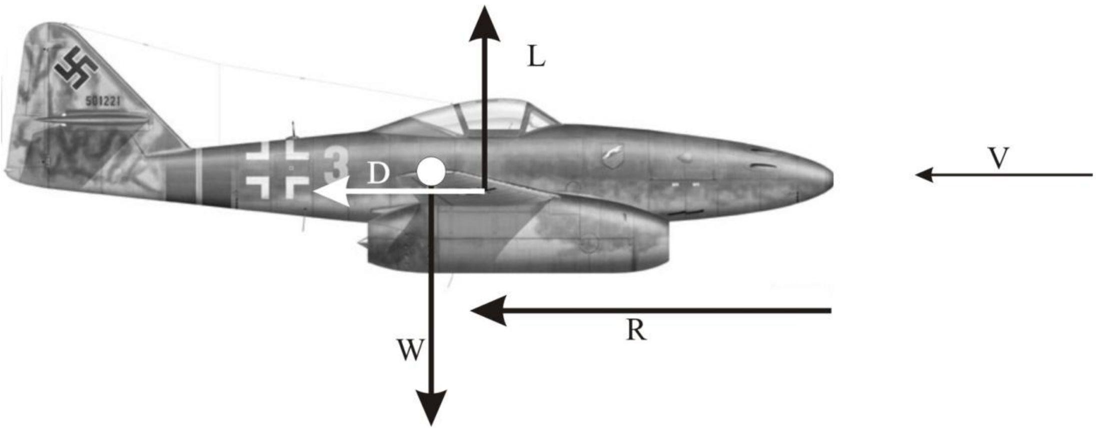
Dunque, volando alla massima efficienza il *range* massimo che il velivolo può ottenere è pari a

$$Max\ Range = \frac{h}{tg\theta} = hE_{max} = 6{,}000m \cdot 14.07 = 84{,}413\ m$$

cioè circa 84 *Km* in volo librato in condizioni di equilibrio. Si noti che la distanza percorsa al suolo NON dipende da fattori quali peso, velocità, etc. ma esclusivamente dalla quota iniziale e dall'efficienza aerodinamica!

Ora siamo in **fase di atterraggio**. Si procede in modo simile al decollo, ricordando però che:

- la spinta del motore è nulla;
- la velocità di atterraggio è definita come 1.3 volte la velocità di stallo;
- il coefficiente di attrito è maggiore che nel caso di decollo, sia per l'azione dei freni sia perché il velivolo sta atterrando su suolo erboso, μ = 0.60;
- il peso del velivolo ora corrisponde con il peso a vuoto W_e;



La nuova velocità di stallo è

$$V_{min} = \sqrt{\frac{2W_e}{\rho S C_{Lmax}}} = 37.43\ m/s = 135\ Km/h$$

la velocità di atterraggio

$$V_L = 1.3\, V_{min} = 48.66\, m/s = 175\ Km/h$$

la resistenza aerodinamica media

$$D = \frac{1}{2}\rho_{SL}(0.7\, V_L)^2 S\left(C_{D0} + \frac{\phi\, {C_{Lmax}}^2}{\pi A R e}\right) = 3372.3\ N$$

la portanza media

$$L = \frac{1}{2}\rho_{SL}(0.7\, V_L)^2 S C_{Lmax} = 30838\ N$$

ed infine la distanza di atterraggio su suolo erboso

$$d_L = \frac{1.69 W_e^2}{\rho_{SL} S C_{Lmax}\, g \{D - \mu(W - L)\}_{0.7V_L}} = 315.25\ m$$