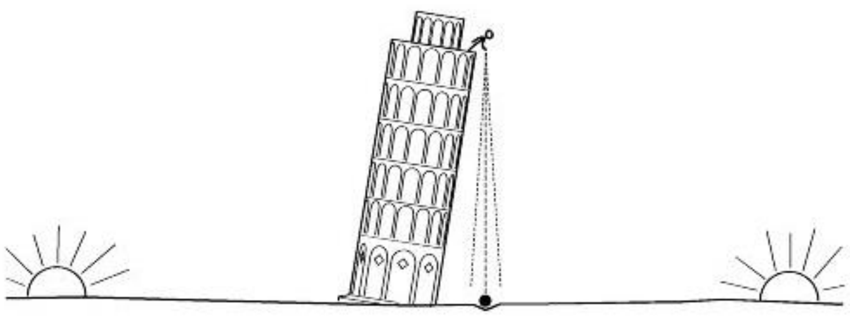
Paola Pannuti
Liceo Scientifico Ulivi
Parma

Introduzione alla relatività, la fisica dello spazio-tempo



https://digidownload.libero.it/la_prof_di_fisica/relativita12345.pdf
https://digilander.libero.it/la_prof_di_fisica/relativita67.pdf

Dalle lezioni del professor Elio Fabri
Dipartimento di fisica - Università di Pisa
https://fabri.sagredo.eu/Q16/

INDICE

1 - Spazio, Tempo, Sistemi di riferimento

2 - Il principio di relatività di Einstein

3 - IL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA DI EINSTEIN

4 - L'ESPERIMENTO DI HAFELE E KEATING ED IL TEMPO PROPRIO

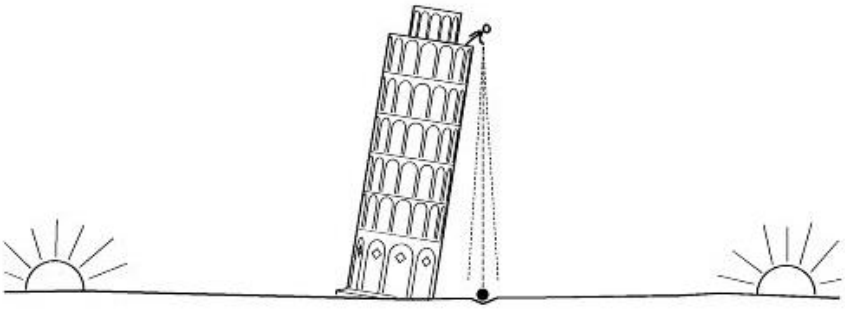
72. La deviazione delle geodetiche nello spazio-tempo. Curvatura dello ST attorno alla Terra
73. Che fa una massa nello ST incurvato (dalle altre masse)?
 Curvatura (come si legge di solito)

6 - Dinamica relativistica

74. RI nello spazio-tempo curvo
75. Invariante o no?
76. La simultaneità è relativa
77. Il terzo principio (PAR) non vale più!
78. Le due cariche in moto
79. Quantità di moto e velocità limite
80. La legge dell'angolo retto …
81. … non vale in relatività
82. Il moto circolare uniforme relativistico
83. La quantità di moto relativistica
84. Dall'urto elastico radente in 2D …
85. … all'espressione relativistica di $\vec{p}$
86. L'impulso relativistico ed il secondo principio
87. Il "paradosso" del condensatore
88. Le equazioni di Maxwell sono relativistiche!
89. L'energia relativistica (E)
90. L'energia cinetica relativistica (T)
91. L'inerzia dell'energia (1^a parte)
92. L'inerzia dell'energia (2^a parte)
93. La massa non si conserva negli urti anelatici
94. La massa non è additiva: la somma delle masse non è la massa totale
95. Decadimento radioattivo
96. Urto totalmente anelastico

7 - ASTROFISICA E COSMOLOGIA

1. SPAZIO, TEMPO, SISTEMI DI RIFERIMENTO



1. TEMPO E OROLOGI

La fisica dello spazio-tempo prima della relatività è quella newtoniana, con spazio e tempo assoluti; ma che vuol dire?

Che cos'è il tempo, per un fisico?

Non è quella "cosa" misteriosa dell'intuizione comune, e neppure il tempo dei filosofi!

Per un fisico, il tempo è … ciò che si misura con gli orologi (definizione "operativa") e dunque … parliamo di orologi o, per meglio dire, di metodi dei misura del tempo.

MERIDIANA. È un orologio solare. Vari difetti: presenza della penombra ma, soprattutto necessità di una correzione (≈15 minuti!): perché?

TEMPO SIDERALE, basato sul moto (apparente!) delle stelle, assai più regolare di quello (apparente!) del Sole.

TEMPO UNIVERSALE (**TU**), è il tempo solare medio, relativo al meridiano di Greenwich, che era definito a partire dal TS.

Ma la Terra è un buon orologio? Ruota uniformemente? (Rispetto a che? Rispetto al tempo assoluto newtoniano!)

La rotazione della Terra NON È UNIFORME!

- fluttuazioni periodiche, attorno al suo andamento medio dopo circa 1 anno, l'"orologio Terra" va avanti e indietro di $\sim 10^{-2}$ secondi
- variazioni secolari, più importanti! Dall'inizio del secolo, la rotazione della Terra è andata progressivamente rallentando in modo irregolare, accumulando ora un ritardo di oltre 1 minuto. Equivale a dire che il periodo si è allungato di oltre 1 secondo all'anno?

2. IL TEMPO UNIVERSALE (TU)

Che cosa significa esattamente “il TU è indietro di oltre un minuto dall’inizio del secolo”?

È corretto dire … ?

… che la differenza tra il giorno di oggi e quello di 100 anni fa sia T(oggi) – T(1900)=[(60 s)/(100 anni)] × 86.400 s = $2\cdot10^{-3}$ s?

dove 86.400 sono i secondi contenuti in 24 h ed il rapporto 60 s/100 a = $2\cdot10^{-8}$ rappresenta la frazione di t perso = n° di secondi persi per ogni s.

C’è lo stesso rallentamento, ogni anno? Ovvero: la frazione di s persi sul totale, resta $2\cdot10^{-8}$ per “ogni” secondo che passa? Se “a” è il ritardo nel primo anno, nel secondo sarà 2° … e, dopo 100 anni, a(1+ … +100) = 5050 a = 60 s → a = 0,012 s

E LA DECELERAZIONE DELLA TERRA?

Ammettiamo che il moto della Terra sia uniformemente ritardato e calcoliamo la decelerazione.

Dopo t secondi, l’angolo percorso sarà $\phi(t) = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ con $\omega_0 = 2\pi/T_0 = 2\pi/(24\text{ h}) = 2\pi/86400$. è la velocità angolare iniziale

$$t_f = 100 \text{ anni} = 3{,}153\cdot10^9 \text{ s} \qquad \Delta t = 1 \text{ minuto} = 60 \text{ s}$$

1° modo: dopo 100 anni esatti, l’“orologio Terra” ha percorso un angolo pari a quello che avrebbe fatto, muovendosi di m.c.u., in 100 anni – 1 minuto.

$\omega_0\, t + \frac{1}{2}\alpha\, t^2 = \omega_0\,(t - \Delta t)$ … $\alpha = -\,2\omega_0\,\Delta t/t^2 \sim -8{,}79\cdot10^{22}\ \text{s}^{-2}$

2° modo: dopo 100 anni e 1 minuto, la Terra ha percorso l’angolo che avrebbe fatto in 100 anni, se si fosse mossa di m.c.u.

$\omega_0\,(t + \Delta t) + \frac{1}{2}\alpha\,(t + \Delta t)^2 = \omega_0\, t$ … $\alpha = -\,2\omega_0\,\Delta t/(t+\Delta t)^2 \sim -2\omega_0\,\Delta t/t^2 = \ldots$

3. IL MOTO APPARENTE DEL SOLE

Vi sono tre moti apparenti del Sole :

1) Il moto giornaliero verso ovest attraverso il cielo
2) Il costante moto annuale verso est rispetto alle stelle
3) Il cielo, anch'esso annuale, della variazione in direzione nord-sud della sua altezza a mezzogiorno.

La traiettoria del Sole sullo sfondo delle stelle è chiamata "eclittica", ed il suo spostamento nord-sud rispetto all'equatore celeste è compreso entro un angolo di 23,5° per parte.

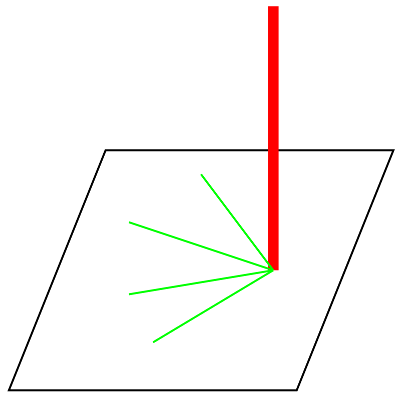
L'equatore celeste è quella linea immaginaria del cielo posta direttamente sopra l'equatore terrestre.

[Dal PPC "Project Physics Corse" – "Moto circolare"]

4. TEMPO SOLARE

Il giorno solare non ha durata costante (rispetto al suo valor medio. Come è possibile verificarlo, misurando l'istante di passaggio del Sole? (ad es. a fine maggio ritarda ~ 1 min/settimana)

occorre uno GNOMONE



Fissato un orario, ad es. le 12, confrontare la posizione dell'ombra dopo 1 settimana, 2 settimane, …

È un esperimento semplice ma consente di definire:

- altezza e azimut,
- mezzogiorno vero,
- punti cardinali,
- misura della latitudine,
- misura della differenza di longitudine,
- calcolare il raggio della Terra (Eratostene)

5. IL TEMPO DELLE EFFEMERIDI ED IL TEMPO ATOMICO

Anni '30: con OROLOGI AL QUARZO si scoprì che la Terra non era un orologio perfetto.

Dal 1955 il TEMPO DELLE EFFEMERIDI (TE) ha sostituito il TS come base astronomica del tempo

OROLOGIO AL QUARZO: il quarzo cristallino (non amorfo), costruito e tagliato opportunamente, se messo in oscillazione, per es. longitudinalmente, può mantenere la propria frequenza (di risonanza) senza subire molto le perturbazioni esterne, ad esempio le variazioni di temperatura e le accelerazioni

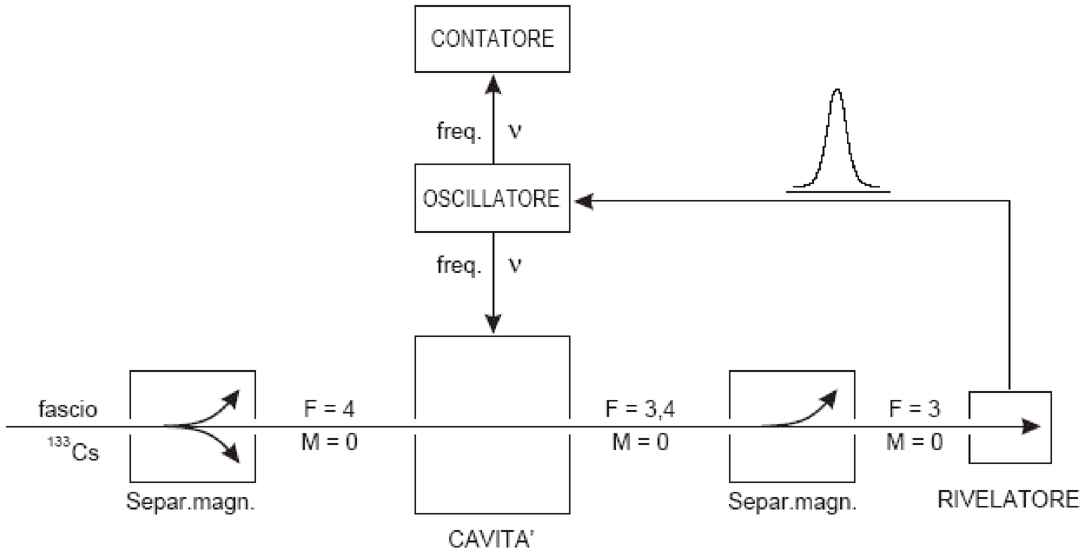
Mentre invece gli orologi a pendolo sono estremamente sensibili!

Orologi al quarzo differenti, costruiti da laboratori differenti, via radio si scambiano i segnali orari e vanno d'accordo tra loro, ma non con la Terra! Perciò, ogni tanto, il tempo campione, in laboratorio, viene fermato per un secondo.

L'EFFEMERIDE di un pianeta è la tabella delle sue posizioni, calcolata teoricamente: non bastano le leggi di Keplero perché ogni pianeta perturba gli altri. Dal '64 è stato necessario tenere conto degli effetti relativistici sul tempo nello studio del moto dei pianeti: Ad es. , un orologio sulla Terra ed uno sul Sole non vanno d'accordo, a causa del moto relativo: la differenza varia ma non supera i due millesimi di secondo!

TEMPO ATOMICO (TA): dal '67 il campione di tempo è quello degli orologi atomici che, ovunque siano, vanno d'accordo: un secondo è, per definizione nel SI, 9.192.631.770 cicli della transizione iperfine del ^{133}Cs.

6. GLI OROLOGI ATOMICI



Un fascio di atomi di ^{133}Cs (isotopo stabile del Cesio) è composto di atomi i cui elettroni, nello stato fondamentale, sono distribuiti in due sottolivelli energetici, separati solo da $4 \cdot 10^{-5}$ eV (struttura iperfine). Già a temperatura ambiente i due livelli sono entrambi popolati, il sottolivello superiore (F=4) contiene un numero di atomi un po' maggiore. I separatori magnetici isolano quegli atomi del fascio che si trovano in un determinato stato. Col primo separatore si escludono gli atomi con F=3, lasciando solo quelli con F=4. Si fa poi passare il fascio in una cavità che ha una frequenza di risonanza corrispondente alla transizione tra i sottolivelli iperfini: se nella cavità c'è un campo elettromagnetico a "quella" frequenza, esso induce la transizione da 4 a 3 (~9 GHz). Il secondo separatore elimina gli atomi che sono rimasti con F=4 e gli altri entrano nel rivelatore, che dà un segnale proporzionale al numero di atomi che riceve per unità di tempo. La variazione del segnale in uscita viene usata per creare un feedback, cioè una correzione per l'oscillatore. Gli orologi atomici non hanno bisogno di essere tarati! Pregi: sono assoluti (indipendenti dal tempo e dal luogo) e non influenzabili.

7. PERTURBAZIONI SUGLI OROLOGI

1 Quali perturbazioni influenzano un pendolo?

– Variazioni di temperatura (dilatazione del filo)
– L'ampiezza delle oscillazioni non è costante: $T=T_0\ (1+1/16\ \alpha^2 + \ldots)$ α=ampiezza, T_0 = periodo se $\alpha = 0$. Se $\alpha = 0{,}1$ rad, il secondo termine è $<10^{-3}$, equivale ad un minuto al giorno (1440 minuti)! È troppo! Pendolo a cicloide, però attriti notevoli…
– Variazioni di densità dell'aria (spinta di Archimede)
– Effetti dovuti a campi elettromagnetici
– Forze di marea
– Microsismi (per esempio, un camion che passa...)
– Variazioni di $\vec{g}$, se sposto l'orologio

2 E un orologio al quarzo?

– Come funziona?
– Come tutti i cristalli, l'oscillatore al quarzo ha una sua costante elastica e una frequenza di risonanza propria, con particolare stabilità. È piezoelettrico, perciò le oscillazioni producono cariche e differenze di potenziale tra le due facce. Per mantenere le oscillazioni, è necessaria energia (le pile) Le vibrazioni del quarzo sono regolari e si smorzano poco
– Invecchiamento (cambia la costante di elasticità)
– variazione di temperatura (5ª cifra, per i frequenzimetri da laboratorio)
– umidità

3 Quali orologi sono sensibili alle accelerazioni?

Pendoli e clessidre sono sensibili anche a basse accelerazioni, l'orologio a bilanciere è meglio, quello al quarzo meglio ancora. GLI OROLOGI ATOMICI SONO "QUASI" INSENSIBILI, ANCHE AD ACCELERAZIONI PIUTTOSTO ALTE

8. TEMPO ASSOLUTO. SPAZIO ASSOLUTO

Newton scrisse, nei "Principia": " il tempo … in sé e per sua natura, senza relazione ad alcunché di esterno, scorre uniformemente."

Oggi, ci viene da chiedere: uniformemente rispetto a che cosa? Ma allora l'obiezione non era molto sentita, verso il tempo.

Matematizzazione del tempo: nella meccanica newtoniana, l'istante di tempo è un numero reale: di fronte ad un fatto fisico, noi scegliamo di descriverlo con una certa struttura matematica Proprietà della retta reale, attribuite al tempo ma non sperimentate: unidimensionale; illimitato; infinito (nel passato e nel futuro); lineare (non ramificato); aperto; orientato; continuo; assoluto; … Newton non conosceva i reali e perciò usò la retta della geometria euclidea

La relatività rivoluziona le nostre idee sulla struttura del tempo: è un cambiamento di "paradigma" (Kuhn)

Ancora dai "Principia": "Lo spazio assoluto, per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, rimane sempre uguale ed immobile …"

Leibniz ebbe con Newton contrasti importanti, in particolare proprio su questo punto: immobile rispetto a che cosa?

Metro campione: nel 1799 fu definito come una frazione del meridiano terrestre; nel 1889 sulla base di un campione di platino-iridio; nel 1960 come multiplo di una certa lunghezza d'onda; nel 1983 è stato definito dando un valore determinato alla velocità della luce nel vuoto: c = 299.792.458 m/s.

9. TEMPO RAZIONALE?

Perché non basterebbe la retta razionale per la matematizzazione del tempo?

È un luogo comune, per i fisici, dire che in ogni caso ci sono gli errori di misura, per cui i numeri razionali sarebbero più che sufficienti, essendo addirittura densi in R (si possono trovare infatti due razionali vicini quanto si vuole, mentre gli errori di misura sono in ogni caso finiti).

Invece, si usano i numeri reali: perché?

Non è un'esigenza sperimentale, ma TEORICA.

Se vogliamo fare operazioni semplici sulle funzioni che esprimono le leggi orarie, ad es. ammettere che, scelta una posizione intermedia tra quella iniziale e finale di un moto, esista un istante nel quale il corpo ci passa, è necessario usare la retta reale.

Questa proprietà è la proprietà delle funzioni continue, R→R, mentre non vale per le funzioni definite in Q. Ad es., nel m. r. u. acc., $t = \sqrt{\frac{2\Delta s}{a}}$, che può essere irrazionale.

È interessante notare che l'idea è già presente in Galileo, che in più occasioni insiste sulla continuità del moto. Non a caso, dato che a quel tempo, la matematica dei reali non esisteva ancora, gran parte dei suoi ragionamenti sono espressi in forma geometrica.

10. LUNGHEZZA CAMPIONE

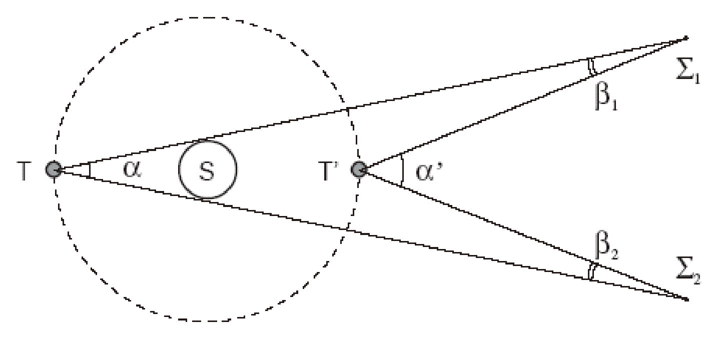
Quali inconvenienti ci sono ad usare il meridiano terrestre come campione di lunghezza? Quali ad usare la barra di platino-iridio? Perché questi campioni sono stati abbandonati?

Il meridiano non è uguale ovunque: la Terra non è né sferica né a forma di ellissoide rotondo. Le misure del meridiano non sono facili, e nel corso del tempo hanno fornito risultati continuamente variabili. Si sarebbero perciò dovuti cambiare tutti i campioni secondari, i valori di tutte le grandezze fisiche dipendenti dall'unità di lunghezza, eccetera.

Abbastanza simile è il problema della sbarra di platino-iridio. I limiti con cui si possono individuare le posizioni delle tacche che definiscono il metro fanno sì che la precisione sia bassa, molto minore di quella delle misure ottiche. Inoltre il campione è unico, in un unico luogo: questo rende problematica la riproducibilità, dato che non è una definizione assoluta.

È molto meglio un campione che ogni laboratorio è in grado di costruirsi, con maggiore sicurezza ed affidabilità, senza incorrere in errori, dovuti al trasporto dei sottocampioni.

11. SPAZIO E GEOMETRIA EUCLIDEA

S=Sole T e T' =Terra Σ_1 e Σ_2 = due stelle		$\alpha' = \alpha+\beta_1+\beta_2$ $\alpha'>\alpha$

Matematizzazione dello spazio: fino alla fine del '700 la geometria euclidea era considerata la struttura "naturale" dello spazio fisico, ed anche l'unica geometria possibile. Da quando si comprese la possibilità "logica" di geometrie non euclidee, ci si pose il problema di quale fosse la "vera" struttura geometrica dello spazio fisico.

Gauss tentò di misurare la somma degli angoli interni di un triangolo (avente i vertici sulle cime dei monti) ma l'incertezza sulla misura era troppo grande, e trovò π.

La deflessione gravitazionale della luce: misurata per la prima volta nel 1919, ma prevista da Einstein nel 1915-16! La differenza α-α' risultò essere 3,5" se la luce era radente al Sole. Ora, si rifanno misure usando i quasar e lavorando con le onde radio: errori 0,001" ed è misurabile la deflessione gravitazionale anche per raggi di luce che passano ad 1 UA dal Sole.

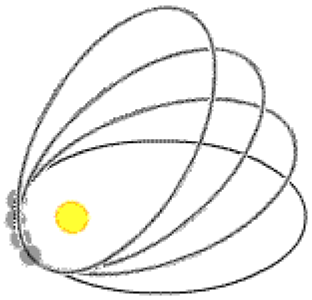
Risposta possibile: "la luce non va in linea retta". Ma le ipotesi sono:

a) lo spazio è euclideo (vale la geometria euclidea);
b) la luce si propaga in linea retta.

Noi possiamo negare a) o b) o entrambe, o forse … <u>la questione è mal posta</u>! Prima di dire se lo spazio è euclideo o no, si deve dire che cosa si intende per "spazio". In fisica relativistica, l'unico ente che ha significato intrinseco è lo SPAZIO-TEMPO (ST). Occorre definire, dentro lo spazio-tempo, qualcosa da intendere come "spazio".

12. UN INDIZIO TRASCURATO PER 70 ANNI

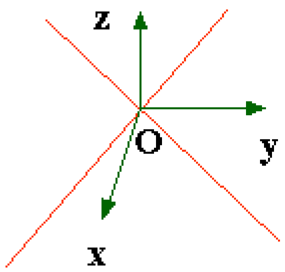
Si tratta della precessione del perielio di Mercurio: l'"ellisse" (orbita di Mercurio) "ruota" attorno al Sole, nello stesso senso in cui Mercurio ruota, di 43" per secolo. (In realtà nessuna orbita è un'ellisse kepleriana, perché ogni pianeta è perturbato dagli altri, ma le misure di Tycho Brahe, prese ad "occhio", con 0,1° di errore, erano compatibili con le ellissi). Era un fatto, sperimentalmente noto dalla fine dell'800, che non si



riusciva a spiegare nell'ambito della meccanica newtoniana, anche tenendo conto dell'effetto degli altri pianeti. Però, gli esperti di meccanica celeste sapevano che non si potevano basare solo su quei 43" d'arco per dubitare della meccanica newtoniana, e tanto meno della geometria euclidea: ci poteva essere un'altra spiegazione, ad es. una cattiva approssimazione nei calcoli, che erano necessariamente molto complessi, o la presenza di un pianeta sconosciuto. Falsificazionismo (Popper): quando si è prodotta una costruzione teorica sofisticata, un insieme di leggi e concetti che interpretano e spiegano correttamente svariati fenomeni ed un grande insieme di dati, può capitare che qualche dato sperimentale rimanga inspiegato: non per questo si rinuncia subito alla teoria, si attende piuttosto la spiegazione, dato che tutto il resto "torna" bene. Nel caso della precessione del perielio di Mercurio, solo a posteriori si è visto che quello era l'indizio che occorreva un nuovo modo di interpretare lo spazio ed il tempo, che ha cambiato le nostre idee precedenti. Einstein non costruì la RG per spiegare il moto di Mercurio! Arrivò alle sue equazioni, le volle mettere alla prova e trovò, oltre a tutti i fatti già spiegati da Newton anche i 43".

13. SISTEMI DI RIFERIMENTO (RIF). RIF IN MOTO RELATIVO

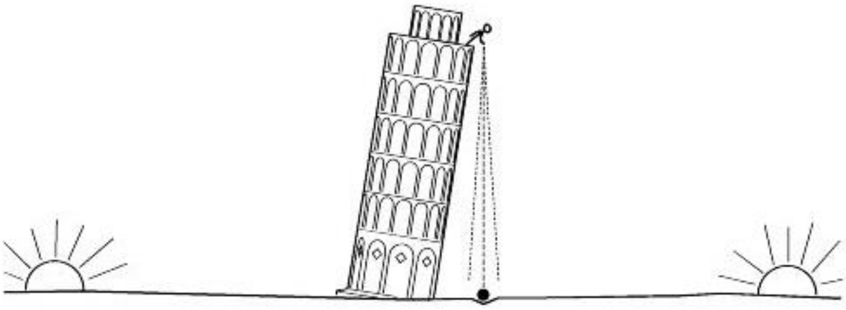
Un RIF <u>non</u> è un sistema di coordinate SC! Un RIF <u>è</u> un oggetto fisico reale: un ambiente, un laboratorio con strumenti, un'aula, un'automobile in montagna, un ascensore, un satellite in orbita, una stazione spaziale sulla Luna, una giostra, un ottovolante. È importante che sia rigido. Non è importante che ci sia un "osservatore": le "osservazioni", cioè le misure, sono compiute dagli strumenti del RIF, sono perciò OGGETTIVE, non c'è nulla di "soggettivo". Sono RELATIVE, nel senso che cambiano, cambiando il RIF, ma <u>non</u> sono SOGGETTIVE (questione filosofica …)



Nello stesso RIF, possono scegliere tra diverse matematizzazioni della fisica: posso introdurre un SC cartesiane orientate in un modo o in un altro, un SC polari o cilindriche, o nessun SC del tutto: quest'ultima scelta, "intrinseca", è spesso la migliore, la "più fisica"!

Se ho <u>due RIF, k e k'</u>, entrambi in moto qualsiasi, che descrivono <u>lo stesso moto</u>, molte grandezze fisiche significative del moto cambiano: in che modo? Qual è la legge di trasformazione della grandezza X nel cambiamento tra due RIF (per es. in moto relativo traslatorio rettilineo uniforme TRU)? È un problema generale, che per ciascuna grandezza avrà risposta o nell'esperimento, o come conseguenza di una teoria già costruita, che però dovrà essere confrontata con l'esperimento. <u>Non c'è niente di "ovvio"</u>: Galileo <u>postulò</u> che la velocità si sommasse a quella relativa del RIF, poi la meccanica newtoniana trasformò questo in un teorema, derivante dal carattere assoluto (qui, invariante) del tempo.

2. IL PRINCIPIO DI RELATIVITÀ DI EINSTEIN



14. IL PRINCIPIO DI INERZIA (PI)
IL PRINCIPIO DI RELATIVITÀ (PR)

Molto in sintesi: "un corpo non soggetto a forze si muove di m. r. u." Ma … come si fa a sapere che su un corpo non agiscono forze? Vari criteri orientativi:

1. dato che spesso le forze dipendono dalla distanza, "allontanare" gli altri corpi
2. ricorrere a "schermi" (es. gabbia di Faraday, se si vuole misurare G)
3. identificare l'eventuale "agente" della forza

Questi criteri non sono inattaccabili, dal punto di vista logico, ma la fisica non è la logica! Non è una scienza deduttiva! Il fisico impara a conoscere, a controllare le cose che fa, a prevedere i fenomeni, ecc. Che è un discorso tutto diverso dal dare una struttura "logica" (premesse, deduzioni, ecc.) più o meno rigorosa.

Galileo: "il PI vale in una RIF (detto per questo RI) in quiete assoluta, ma anche in un RIF in moto traslatorio rettilineo uniforme (TRU) rispetto a quello assoluto". Ma, se si rinuncia allo "spazio assoluto", sarà necessario ridefinire il RI!

PR: tutti i RI sono equivalenti dal punto di vista fisico, cioè tutte le leggi fisiche valgono allo stesso modo.

Il primo enunciato esplicito del PR è di Galileo, nel "Dialogo sui Massimi Sistemi" (1632), più di 50 anni prima dei "Principia" di Newton.

Principio del taccuino: "se due fisici, A e B, fanno esperimenti in due diversi RI, non è possibile riconoscere A da B con la sola lettura dei loro taccuini".

Gli esperimenti possibili per A lo sono anche per B. Naturalmente non è necessario che i risultati delle misure siano uguali, ma rappresentano *la stessa fisica*, sono indistinguibili. Se vale il PR, è impossibile decidere se la Terra è ferma! Nel "Dialogo", il PR è funzionale alla difesa del sistema copernicano.

“Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; sospendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all'amico alcuna cosa, non piú gagliardamente la dovrete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazii passerete verso tutte le parti. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debbano succeder cosí, fate muover la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina o pure sta ferma: voi saltando passerete nel tavolato i medesimi spazii che prima, né, perché la nave si muova velocissimamente, farete maggior salti verso la poppa che verso la prua, benché, nel tempo che voi state in aria, il tavolato sottopostovi scorra verso la parte contraria al vostro salto; e gettando alcuna cosa al compagno, non con piú forza bisognerà tirarla, per arrivarlo, se egli sarà verso la prua e voi verso poppa, che se voi fuste situati per l'opposito; le gocciole cadranno come prima nel vaso inferiore, senza caderne pur una verso poppa, benché, mentre la gocciola è per aria, la nave scorra molti palmi; i pesci nella lor acqua non con piú fatica noteranno verso la precedente che verso la sussequente parte del vaso, ma con pari agevolezza verranno al cibo posto su qualsivoglia luogo dell'orlo del vaso; e finalmente le farfalle e le mosche continueranno i lor voli indifferentemente verso tutte le parti, né mai accaderà che si riduchino verso la parete che riguarda la poppa, quasi che fussero stracche in tener dietro al veloce corso della nave, dalla quale per lungo tempo, trattenendosi per aria, saranno state separate; e se abbruciando alcuna lagrima d'incenso si farà un poco di fumo, vedrassi ascender in alto ed a guisa di nugoletta trattenervisi, e indifferentemente muoversi non piú verso questa che quella parte. E di tutta questa corrispondenza d'effetti ne è cagione l'esser il moto della nave comune a tutte le cose contenute in essa ed all'aria ancora, che per ciò dissi io che si stesse sotto coverta; ché quando si stesse di sopra e nell'aria aperta e non seguace del corso della nave, differenze piú e men notabili si vedrebbero in alcuni de gli effetti nominati: e non è dubbio che il fumo resterebbe in dietro, quanto l'aria stessa; le mosche parimente e le farfalle, impedite dall'aria, non potrebber seguir il moto della nave, quando da essa per spazio assai notabile si separassero; ma trattenendovisi vicine, perché la nave stessa, come di fabbrica anfrattuosa, porta seco parte dell'aria sua prossima, senza intoppo o fatica seguirebbon la nave, e per simil cagione veggiamo tal volta, nel correr la posta, le mosche importune e i tafani seguir i cavalli, volandogli ora in questa ed ora in quella parte del corpo; ma nelle gocciole cadenti pochissima sarebbe la differenza, e ne i salti e ne i proietti gravi, del tutto impercettibile.”

15. PR: TUTTI I RI SONO INDISTINGUIBILI

Ho due RI, in moto relativo, che si sovrappongono. Dato che nessuna verifica delle leggi della fisica fornisce alcun modo per distinguere un RI dall'altro, quali delle seguenti quantità, misurate nei due RI, devono necessariamente essere uguali?

1. valore numerico della velocità della luce nel vuoto
2. velocità di un elettrone
3. valore della carica di un elettrone
4. energia cinetica del protone (nucleo dell'atomo di idrogeno)
5. valore del campo elettrico in un punto fissato
6. valore del campo magnetico in un punto fissato
7. accelerazione di un elettrone
8. forza agente su un elettrone
9. distanza fra due oggetti
10. durata di un evento
11. ordine degli elementi della tavola periodica
12. prima legge della dinamica (PI)
13. massa dell'elettrone

1) sì; 2) no; 3) sì, perché?; 4) no; 5) no; 6) no; 7) no; 8) no; 9) no!; 10) no!; 11) sì, perché? 12) sì; 13) sì, perché?

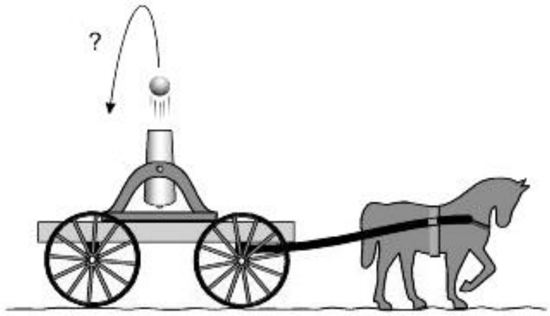
1) l'invarianza di c, dato sperimentale, è una delle basi della teoria della relatività.

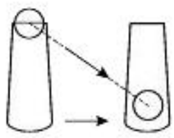
12) è la "definizione" di RI (riferimento inerziale)!

3), 11) e 13): se non fosse uguale, saremmo in grado di riconoscere un RI dall'altro.

9) e 10): vedremo che né Δx né Δt sono invarianti, ma $\Delta t^2 - \Delta x^2/c^2$ sì.

16. GALILEO ED IL PR





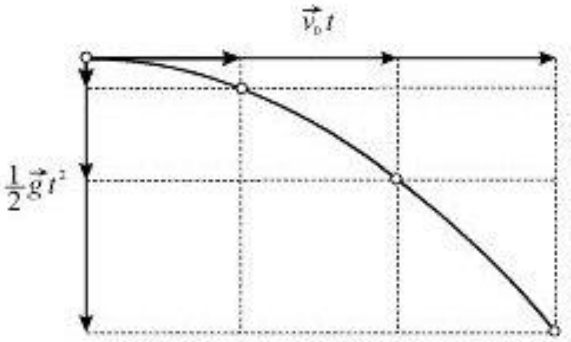
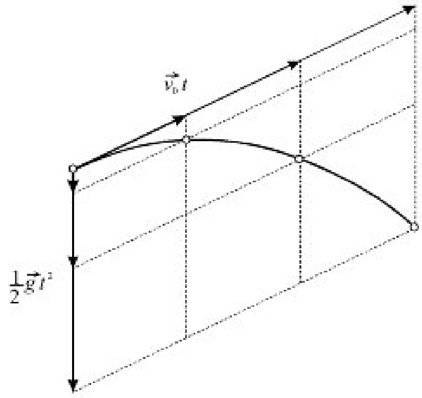
Galileo fa un esempio classico di applicazione del PR: “Se prendo un cannone e lo dirigo in verticale, quando sparo la palla va su e ricade nella bocca del cannone. Ora prendo il cannone. lo metto su un carro e frusto il cavallo: quello parte di gran galoppo. A questo punto sparo il cannone …”

Simplicio dice che la palla del cannone cadrà all’indietro, perché il cannone si è spostato, mentre la palla è in aria.

Salviati dice che la palla non parte in verticale rispetto a terra: ha anche la velocità del carro; quindi descrive una parabola in avanti e ricasca giusto nella bocca del cannone. Anzi, ci casca così bene che non urta nemmeno, perché nel tempo in cui la palla percorre la bocca del cannone, questa cammina in avanti proprio con la stessa velocità della palla; per cui la palla scivola dolcemente dentro, proprio come se il cannone fosse fermo.

Occorre fare l’esperimento. O studiare il moto dei gravi.

17. IL MOTO "NATURALE" DEI GRAVI ED IL PR

L'aggettivo è di Galileo: egli prima studia, matematicamente, il moto "uniformemente" accelerato ("equabilmente"), poi parla di moto "naturalmente" accelerato per la legge fisica di caduta dei gravi. Non è dato sapere a priori se sono la stessa cosa o no: ci vogliono i risultati sperimentali. Eccoli:

- Caduta libera da fermo: moto rettilineo uniformemente accelerato: lo spostamento all'istante di tempo *t* è $\vec{s} = \frac{1}{2}\vec{g}t^2$
- Caduta libera con velocità iniziale $\vec{v}_0$ qualunque ('proiettile') = moto parabolico uniformemente accelerato: ad un qualunque istante *t* lo spostamento si ottiene sommando vettorialmente: $\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$

È importante notare che questi dati sono sperimentali, non deducibili "logicamente" in alcun modo (se uno non conosce, ad es. il 2° principio e il fatto che la forza di gravità non dipende dalla velocità)

Quello che da questi dati si può dedurre è che l'accelerazione dei gravi è sempre $\vec{g}$, indipendentemente dalle condizioni iniziali stando sulla Terra.

CAMBIO RI: se guardo il proiettile stando sul carro, che si muove in orizzontale con la stessa velocità $\vec{v}_0$, allora, in questo RI, la velocità iniziale del grave non c'è più e si torna alla caduta libera: il proiettile si muove in verticale, COME UN PROIETTILE CHE CADA, DA FERMO, IN UN RIF FERMO! HO DEDOTTO IL PR!

Nessun esperimento permette di distinguere due RI in moto TRU.

Tutti i fenomeni fisici seguono le stesse leggi in due RI in moto TRU

Nel passaggio da un RI ad un altro in moto TRU, tutte le leggi fisiche sono invarianti.

18. EINSTEIN ED IL PR

L'enunciato galileiano del PR non è limitato alla meccanica: "Nessun esperimento…". Sul *navilio* del Dialogo sui Massimi Sistemi volano uccellini e mosche, nuotano pesciolini, ardono fuochi: Galileo non fa distinzione esplicita tra i fenomeni meccanici e gli altri, perché non era nella cultura del suo tempo fare questo tipo di analisi, non rientrava nelle sue conoscenze.

Nell'800, nel quadro della meccanica newtoniana, se le forze sono funzione solo della distanza tra i corpi, allora il PR si dimostra, diviene un teorema. Nel 1870 Maxwell inventò la corrente di spostamento e completò così le equazioni che portano il suo nome, prevedendo l'esistenza delle onde elettromagnetiche e anche la loro velocità di propagazione: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 300000$ km/s. Nel 1890 Hertz e Righi le scoprirono sperimentalmente, nel 1895 la radiotelegrafia era già nata (Marconi).

DILEMMA:

– **"AUT" non vale il PR, cioè le equazioni di Maxwell (e quindi il valore previsto di *c*) non valgono in ogni RI,**
– **"AUT" non vale la legge galileiana di composizione delle velocità e vale invece il PR, cioè la velocità è *c* in ogni RI.**

Per motivi "estetici", non sperimentali (simmetria delle leggi dell'elettromagnetismo, importanza solo del moto "relativo" tra una bobina ed un magnete), **EINSTEIN SCELSE LA SECONDA, CIOÈ LA VALIDITÀ GENERALE DEL PR DI GALILEO.** "Esempi di questo genere […] portano all'ipotesi che al concetto di quiete assoluta non corrisponda alcuna proprietà dei fenomeni; e ciò non solo nella meccanica, ma anche nell'elettrodinamica. Al contrario, per tutti i sistemi di coordinate ["riferimenti"] per i quali valgono le equazioni della meccanica, valgono pure le stesse equazioni elettrodinamiche e ottiche […] Intendiamo perciò elevare quest'ipotesi (il cui contenuto verrà chiamato nel seguito "principio della relatività") al rango di postulato […]" (1905)

19. NON ESISTE IL RI IN "QUIETE ASSOLUTA"

Abbiamo detto che Einstein scelse la seconda ipotesi, cioè la validità del PR non solo nella meccanica ma anche nell'elettromagnetismo, per motivi "estetici", di simmetria. Dal classico articolo del 1905 si cita, tra l'altro, il noto esperimento d'induzione elettromagnetica tra un magnete e una spira: la legge di Faraday-Neumann-Lenz, cioè una delle equazioni di Maxwell, giustifica i risultati sperimentali che si ottengono in due situazioni fisiche completamente diverse. Se si muove il magnete, c'è un campo magnetico variabile e quindi un campo elettrico indotto. Se invece è la spira a muoversi, il campo elettrico non esiste: per spiegare la corrente che si produce basta la forza di Lorentz sugli elettroni in moto. Quello che c'è in comune è la variazione del flusso di $\vec{B}$ concatenato con la spira, cioè **CONTA SOLO IL MOTO RELATIVO**. Se però si assume che esista un RI privilegiato, quello dell'etere, come mai deve contare solo il moto relativo?

La conclusione di Einstein è appunto questa: non c'è un RI privilegiato, in quiete assoluta, mentre invece tutti i RI sono equivalenti, non solo nella meccanica.

Questa equivalenza viene quindi assunta come principio base: principio della relatività, appunto ("Prinzip der Relativität"), diventa "postulato", ossia idea-base, fondante.

È interessante notare che giunse a queste considerazioni indipendentemente dall'esperimento di Michelson-Morley, che invece viene spesso preso come decisivo per la nascita della relatività. Come nel caso della precessione del perielio, *non basta un solo esperimento per mettere in crisi una teoria.*

20. BASI SPERIMENTALI DEL PR

Solitamente, si fa ricorso all'esperimento di Michelson-Morley, ma esistono prove sperimentali più moderne e facili da capire.

- Le sonde spaziali

Sono laboratori, pieni di strumenti costruiti sulla Terra, basati sulle leggi dell'elettromagnetismo. Vengono spedite a varie velocità, maggiori di quelle di fuga, e continuano a funzionare, come se stessero sulla Terra. $v = (20 \div 30)$ km/s $\sim 10^{-4}\, c$.

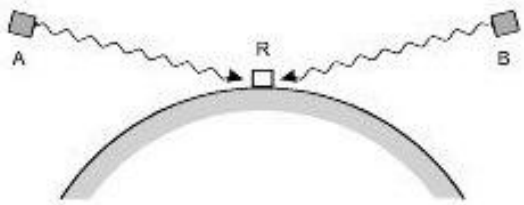
- Le stelle e le galassie

Anche queste sono laboratori in moto, con velocità $v \sim 100$ km/s, e l'astrofisica riesce a spiegare come sono fatte, da dove viene l'energia e qual è la loro evoluzione con le stesse leggi che valgono nei laboratori terrestri.

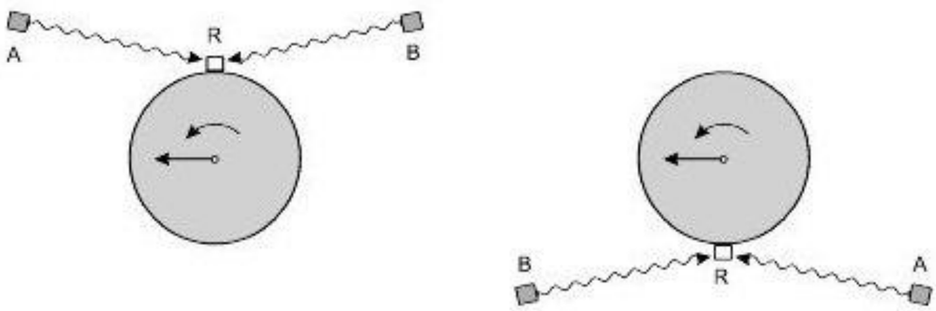
La stessa fisica funziona sulla Terra, sulle sonde spaziali e sulle stelle e le galassie: questo è il PR!

Un'altra prova sperimentale importante del PR, inteso come invarianza del valore di c in ogni RI, è il GPS, Global Positioning System, noto sistema di radionavigazione satellitare.

21. GLOBAL POSITIONING SYSTEM (GPS)



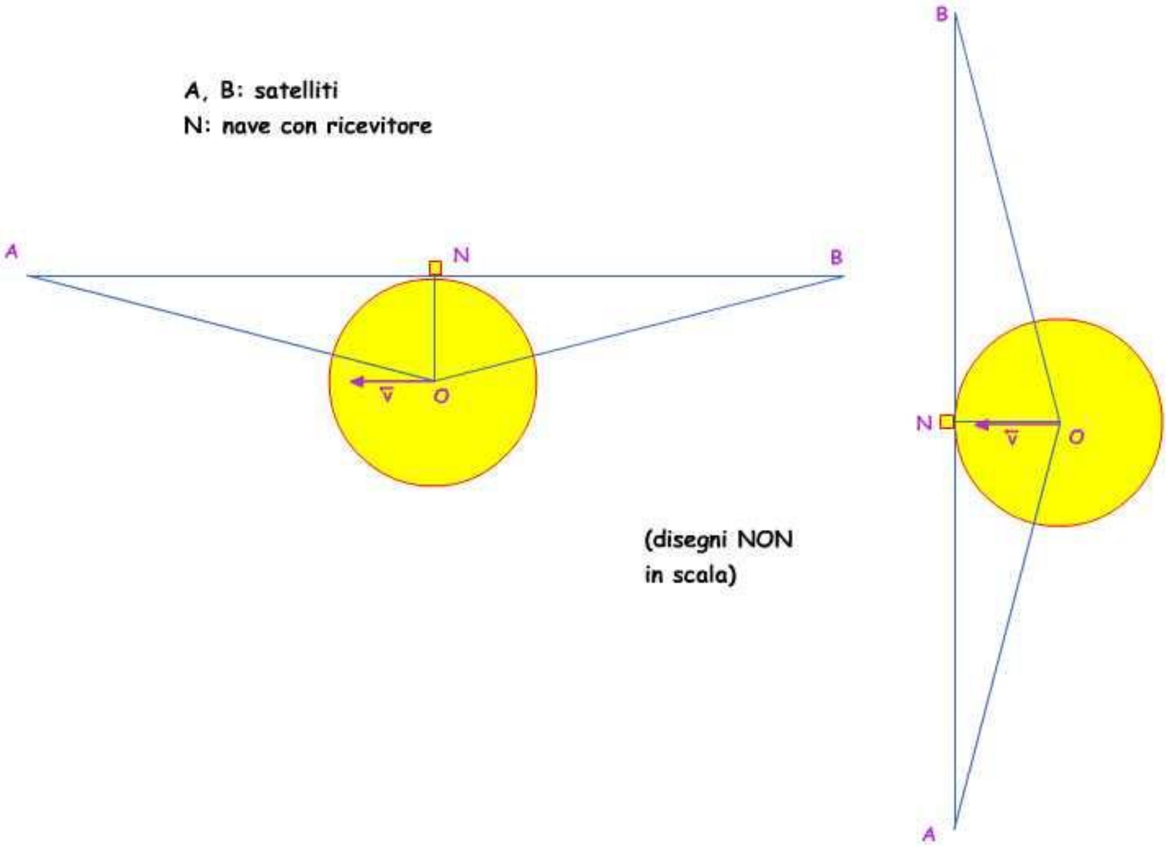
Una verifica attuale dell'invarianza di *c* in ogni RI è data dal GPS. È costituito da una rete di 32 satelliti, distribuiti su circa 8 orbite, il periodo è di circa 12 h. Da ogni punto della Terra occorre che se ne "vedano" almeno 4. I satelliti (militari) trasmettono su due bande di frequenza, 1,2 e 1,5 GHz, corrispondenti a lunghezze d'onda λ di 25 e 20 cm, onde non ostacolate da nuvole ma da montagne od edifici. Ogni satellite porta un orologio atomico e periodicamente emette un segnale che contiene un codice di identificazione, l'informazione sul tempo a cui è stato emesso e i dati necessari per calcolare la posizione. Il ricevitore R riceve il segnale e allora calcola la distanza AR (e BR) e l'intervallo di tempo impiegato.



Se *c* non fosse invariante, l'onda AR dovrebbe viaggiare più velocemente nel 1° caso illustrato (R si avvicina ad A) che nel 2° (dopo 12 h, R si avvicina a B) e ci sarebbe un grande errore nel calcolo della posizione di R, che invece è dell'ordine del metro o meno. Gli ingegneri devono tener conto dell'invarianza di *c*, nel progettare il GPS!

22. IL PROBLEMA DEL GPS

Se la velocità della luce fosse c solo rispetto al Sole, e per il resto valesse la legge di composizione galileiana delle velocità, di quanti metri sbaglierebbe il GPS?



Supponiamo per comodità, che i due satelliti A e B siano geostazionari

$\overline{AO} = \overline{OB} = 4.225 \cdot 10^7\, m$

$\overline{ON} = \overline{RT} = 6.378 \cdot 10^6\, m$

$\overline{AN} = \overline{NB} \cong \overline{AO}$ $\qquad v$ = v. orbitale Terra ≈ 30 km/s= $10^{-4}\, c$

- CASO 1: mentre emette, A si avvicina a N e B si allontana: $v_B = c - v = c\,(1-10^{-4})$ $v_A = c + v = c\,(1+10^{-4})$

$$t_A = \frac{\overline{AN}}{v_A} \qquad t_B = \frac{\overline{AN}}{v_B} > t_A \qquad \Delta t = t_B - t_A = \frac{\overline{AN}}{c}\,\frac{2 \cdot 10^{-4}}{1-10^{-8}} \approx 3 \cdot 10^{-5}\, s$$

cioè il segnale emesso da B arriva ad N con $3 \cdot 10^{-5}$ s di ritardo rispetto a quello emesso da A. $\quad \Delta s = c \cdot \Delta t \approx 10$ km

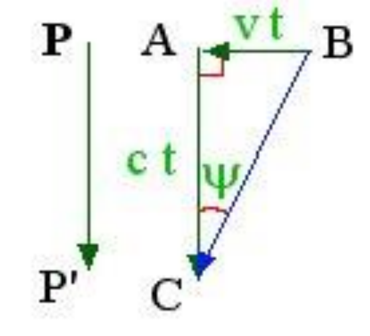
- CASO 2: il segnale emesso da A e quello emesso da B arrivano insieme in N : $\Delta t = 0$ s

Dopo 12 h, A e B si scambiano. Nel corso delle 24 h, si avrebbero delle variazioni periodiche nel calcolo della posizione di N, con incertezza di 10 km anziché di pochi metri.

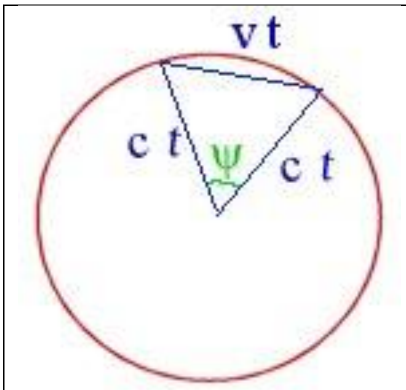
23. ABERRAZIONE DELLA LUCE STELLARE

Supponiamo che una certa stella si trovi in direzione all'incirca perpendicolare rispetto a quelle del moto della Terra attorno al Sole. A causa del moto della Terra, a un osservatore posto sulla superficie terrestre sembra che la stella si trovi in una posizione leggermente diversa da quella che verrebbe misurata da un osservatore in quiete rispetto al Sole. Questa posizione varia col moto di rivoluzione della Terra, il primo ad accorgersene fu Bradley nella prima metà del '700.

RISPOSTA NON RELATIVISTICA

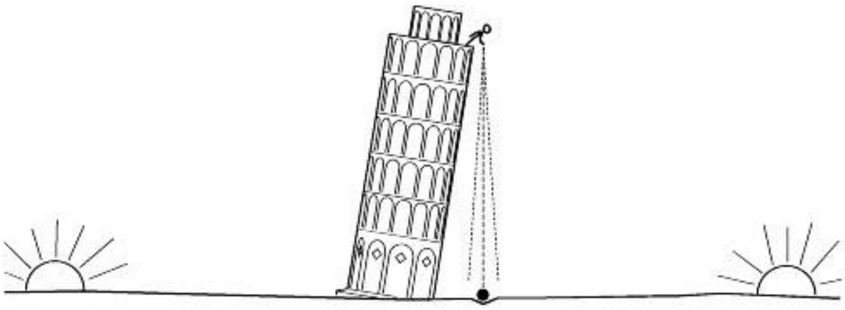
	AB = spost. Sole nel RIF Terra PP'=spost. "fotone" nel RIF del Sole BC= spost. "fotone" nel RIF Terra tg $\psi = v/c$ $v = 30$ km/s $c = 300.000$ km/s ψ = angolo di aberrazione $v/c = 10^{-4}$

RISPOSTA RELATIVISTICA

	$v = 2\,c\,\text{sen}\,\psi/2$ ψ "piccolo": $2\,\text{sen}\,\psi/2 \sim \text{sen}\,\psi$ $\text{sen}\,\psi = v/c$

Quando ψ è "piccolo", sia tg ψ che sen ψ sono "circa" uguali a ψ. O meglio, sono uguali "al primo ordine in v/c". In questo caso, cioè con la direzione della stella perpendicolare alla velocità orbitale v, le correzioni sono solo di "terzo ordine in v/c", ma, in generale, sono di "secondo ordine"! Oggi si misura ψ con 4 cifre significative almeno, perciò la relatività è necessaria.

3. IL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA DI EINSTEIN



24. IL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA (PE)

Esiste già nella fisica newtoniana, anche se non veniva espresso in questi termini prima di Einstein.

Galileo: tutti i gravi cadono con la stessa accelerazione.

Non parla mai esplicitamente di "forza" di gravità.

Newton: postula che la forza di gravità sia proporzionale alla massa del corpo su cui agisce, cioè che *g*, l'intensità del campo gravitazionale, sia costante. Dalla 2ª legge, si dimostra l'enunciato di Galileo.

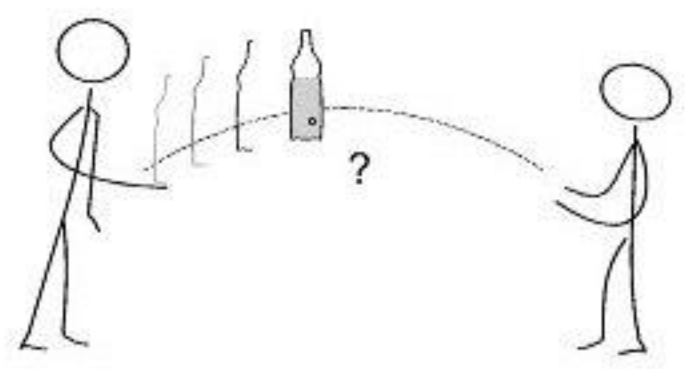
Einstein assume il PE come legge universale della fisica, non solo della meccanica, e trasforma la gravità in un fatto geometrico.

Altro enunciato: gli effetti inerziali e gravitazionali per un corpo sono intimamente legati e misurati da un'unica grandezza: la massa.

- Conosciamo le diverse definizioni di massa inerziale e massa gravitazionale, ma i fatti sperimentali provano con altissima precisione (10^{-12}!) che sono sempre proporzionali, quindi tanto vale **postulare** dall'inizio che **di masse ce n'è una sola**.
- Come conseguenza della proporzionalità F ~ m si ha che anche le forze apparenti in un RIF accelerato sono proporzionali alla massa, per cui in un RIF in "CADUTA LIBERA" la forza di gravità si cancella. Infatti la forza di gravità su m è m$\vec{g}$, ma la forza apparente è –m$\vec{a}$. Però l'accelerazione *a* (es: ascensore di Einstein) vale $\vec{g}$ quindi la risultante delle due forze è nulla: nell'ascensore che cade le cose sono "senza peso", come nello spazio privo di gravità.

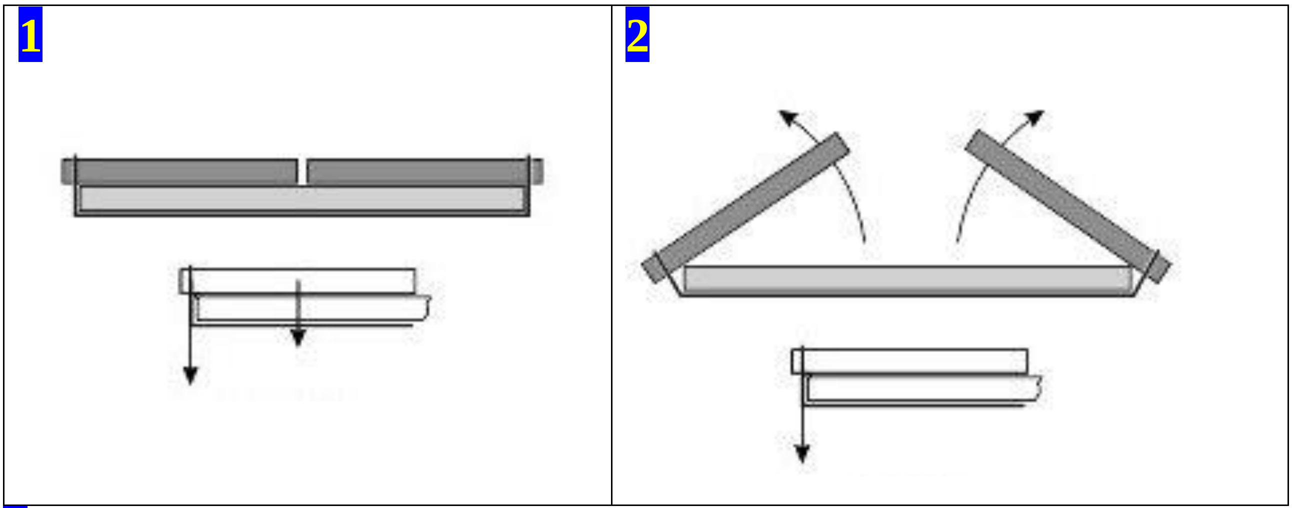
Lo "stato naturale" è la caduta libera, o volo libero o libera fluttuazione, che è uguale per tutte le masse in quanto è determinata dalla geometria dello spazio-tempo. Einstein definì questa "la più grande idea della mia vita".

25. ASSENZA DI PESO

1 L'acqua esce dal foro praticato nella bottiglia stappata a causa della pressione dell'acqua sovrastante, dovuta alla gravità. A profondità h, la legge di Torricelli dà la velocità del getto $v = \sqrt{2gh}$	
	2 Lanciando la bottiglia (<u>senza farla ruotare</u>), essa è in caduta libera (o volo libero). Si constata che l'acqua non esce: nel suo RIF, la gravità non c'è più.

E gli astronauti in orbita?

26. CADUTA LIBERA



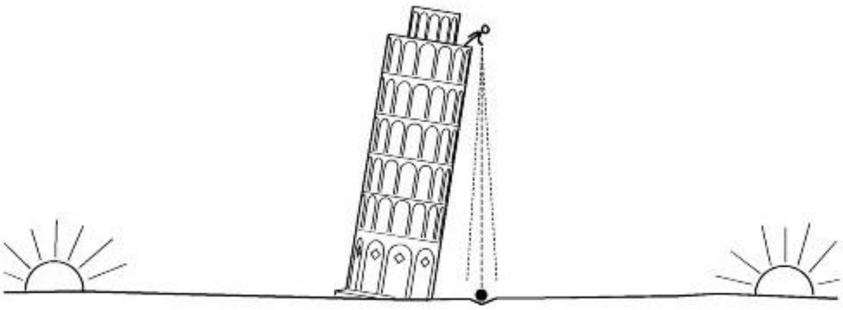
1 Si prepara una tavoletta di legno, due barrette metalliche ed un robusto elastico. L’elastico va da A a B, passando sotto alla tavoletta. La tensione dell’elastico deve essere tale da non riuscire a sollevare le barrette, ma per poco. In queste condizioni, il momento del peso delle barrette, è maggiore di quello della tensione dell’elastico e le barrette restano appoggiate alla tavoletta.

2 Si lascia cadere la tavoletta … e le barrette schizzano via, a grande distanza, mostrando che nel RIF in caduta libera il peso delle barrette non c’è più. La forza di richiamo dell’elastico esiste ancora, però!

Un RIF in “caduta libera” (o “volo libero”) può anche essere una sonda spaziale, che percorre una traiettoria complicata: qualunque sia il suo moto, se è dovuto alla sola gravità, è sempre in “caduta libera”.

Il RIF in caduta libera può essere un pianeta: ad es. la Terra è in caduta libera nel campo gravitazionale del Sole, e per questo motivo sulla Terra la forza di gravità del Sole “non si sente”.

27. LA TERRA È UN RI?



La Terra è in caduta libera nel campo gravitazionale del Sole, quindi la Terra è un RIF accelerato (a = $6{\cdot}10^{-3}$m/s^2), ma la forza apparente dovuta a questa accelerazione è compensata dalla forza di gravità del Sole, e la Terra può essere trattata come RI (localmente, se si trascurano gli effetti di "marea").

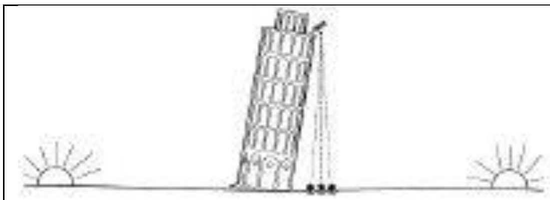
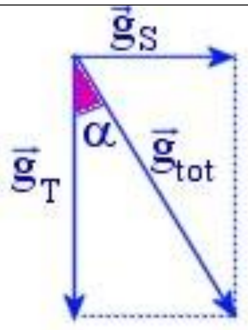
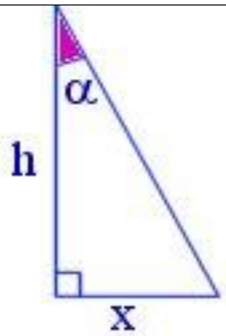
Se la forza di attrazione del Sole influenzasse la caduta dei gravi, un sasso lasciato cadere dalla Torre Pendente di Pisa (52 m) cadrebbe la mattina spostato di 3 cm verso est e la sera, verso ovest, di altri 3 cm!

Verifiche storiche del PE

- Galileo lo scoprì
- Newton e il pendolo. Nei "Principia", Newton afferma di aver sperimentato con pendoli di uguale lunghezza, le cui masse erano diverse per grandezza e costituzione, e di aver verificato (dice entro 10^{-3}) che il periodo dipende solo dalla lunghezza.
- Newton e i satelliti di Giove. Sempre nei "Principia", osserva che i satelliti si muovono attorno a Giove come se il Sole non ci fosse. Nel RIF di Giove la forza di attrazione del Sole sui satelliti è compensata dalla forza apparente del RIF. Nel RIF di Giove, che è in caduta libera, il campo gravitazionale del Sole si cancella.

28. IL PROBLEMA DELLA TORRE DI PISA

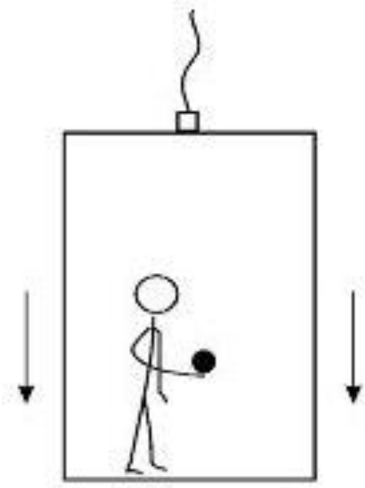
Consideriamo il campo gravitazionale del Sole uniforme, per poter trascurare i piccoli effetti di “marea” (*). Se la forza di attrazione del Sole influenzasse la caduta dei gravi sulla Terra, di quanto si sposterebbe, dalla mattina alla sera, il punto di caduta di un sasso lasciato cadere dalla Torre Pendente (52 m)?

		Equinozio $g_S = G\frac{M_S}{r_{T\_S}^2} \approx 6\cdot 10^{-3}\,\frac{m}{s^2}$
	La traiettoria è lungo $\vec{g}_{TOT} = \vec{g}_T + \vec{g}_S$ x = h tg α = h $\frac{g_S}{g_T} = h\frac{M_S}{M_T}\left(\frac{r_T}{r_{T-S}}\right)^2 \approx 3cm$ $\alpha = arctg\frac{g_S}{g_T} = 0{,}035°$	

La mattina, il grave cadrebbe di 3 cm verso Est e alla sera di 3 cm verso Ovest: <u>una differenza di 6 cm sarebbe stata osservabile anche da Galileo</u>, che infatti **NON** la osservò.

(*) Le cose cambiano se si considera la non-uniformità del campo gravitazionale del Sole e dunque della sua variazione con la distanza $r_{T\text{-}S}$ dalla mattina alla sera, ma sono <u>correzioni talmente piccole</u> $\left(\sim\frac{1}{r_{T-S}^3}\right)$ da poter essere trascurate almeno per ora (effetti di “marea”).

29. L'ASCENSORE DI EINSTEIN



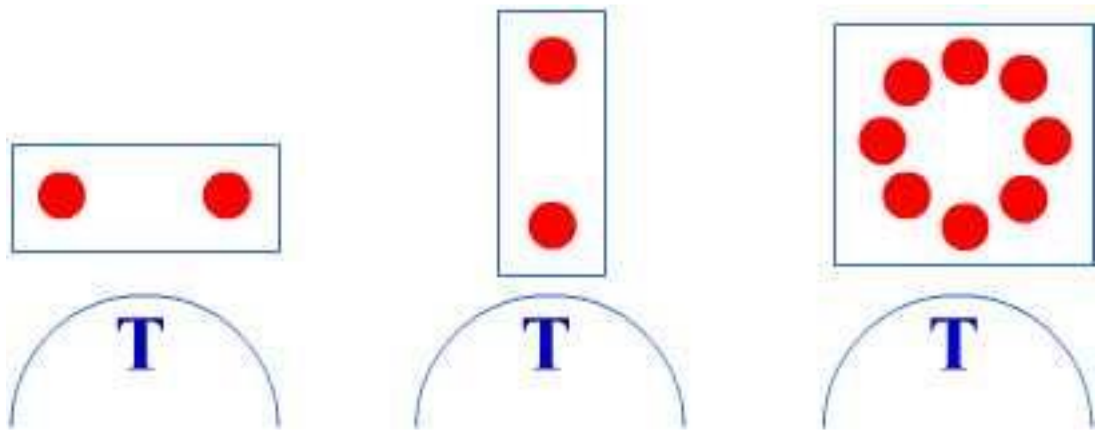
Che cosa si può fare e che cosa non si può fare in un ascensore in caduta libera? ($\vec{g}$ uniforme)

- Misurare la massa di una pallina
- Versare acqua in un bicchiere
- Una romantica cena a lume di candela

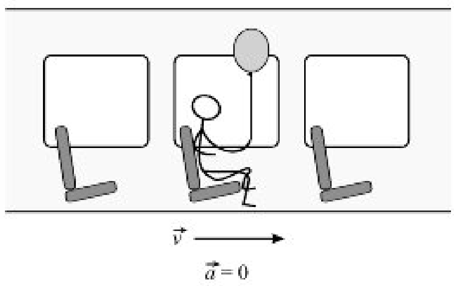
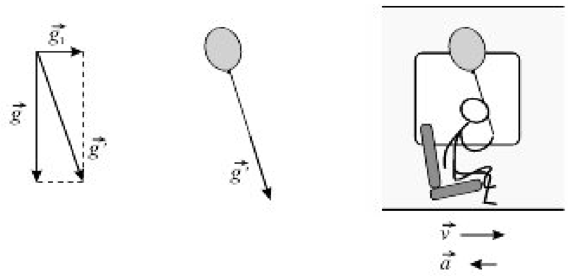
Una persona si trova in un ascensore in caduta libera e lancia una pallina di gomma verso il soffitto. Osserva che…?

- la pallina non si solleva, ma rimane ad un'altezza costante dal pavimento;
- raggiunge il soffitto e si ferma;
- la pallina scende verso il pavimento;
- sale, urta il soffitto e scende a velocità costante;
- sale, urta il soffitto e scende a velocità crescente.

Supponiamo ora di non trascurare il fatto che la Terra sia "sferica", cioè $\vec{g}$ è a simmetria sferica, radiale, entrante. L'ascensore in caduta (o volo) libero avrà perciò dimensioni opportune: diciamo che è un grande vagone ferroviario, lanciato verso l'alto con velocità $\vec{v}_0$. Dopo il lancio, mentre sta salendo, vengono lasciate andare due sferette, a riposo rispetto ad esso: che cosa si osserverà, dall'interno del vagone?

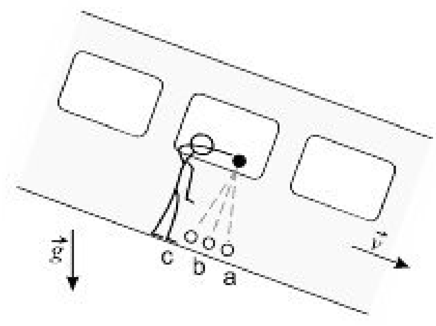


30. LE FORZE APPARENTI IN UN RIF ACC.

	Un bambino sta seduto in un treno e tiene il filo di un palloncino. Il treno frena: da che parte si sposta il palloncino?
Le forze apparenti in un RIF accelerato possono essere viste come una “gravità apparente”, che però non si distingue da quella “reale”.	

- Oltre al campo “reale” $\vec{g}$ c’è ora il campo “apparente” $\vec{g}_1$ e la gravità risultante è $\vec{g}' = \vec{g} + \vec{g}_1$
- Il filo del palloncino sta “verticale”, ossia nella direzione della gravità risultante.
- Il palloncino si sposta all’indietro, a causa della spinta di Archimede, che non è più verticale, ma si dirige ora anche all’indietro, perché l’aria viene spinta avanti dalla forza apparente e in avanti c’è maggiore densità e pressione.
- E il bambino seduto, che forza di gravità sente?

31. IL VAGONE IN DISCESA LIBERA…



Una vettura ferroviaria percorre una discesa, a motore spento, senza freno né attrito, quindi accelerando.

Quali esperimenti (all'interno della vettura) potrebbero mostrare che non si tratta di un RI?

[N.B. Non è detto che esistano…]

Lasciamo cadere un grave all'interno della vettura: la traiettoria sarà la "a", la "b" o la "c"? E un filo a piombo?

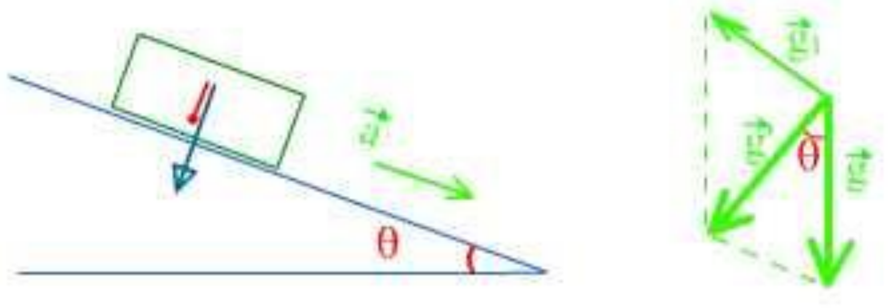
Ed il tempo di caduta?

Che differenza c'è tra un campo di forze apparenti ed un campo gravitazionale?

32 … ED IL RIF FERMO SOTTO TERRA (O SOPRA)

Nel vagone in discesa libera, consideriamo il campo "apparente" $\vec{g}_1$ e quello risultante

$\vec{g}' = \vec{g} + \vec{g}_1 \quad \vec{g}_1 = -\vec{a}$

	$g_1 = a = g \ sen \ \theta$ $g' = g \cos \theta$

– Un grave lasciato cadere e un filo a piombo si dispongono lungo la "verticale", nella direzione di $\vec{g}'$, e cioè perpendicolarmente al piano del vagone!

– Stando "dentro" al vagone, non sappiamo la causa della "perdita di peso": è come se la gravità fosse diminuita!

– Analogia con un RIF in quiete sotto Terra, dove la gravità è $g'=g \cos \theta < g$

MA …

IL RIF DEL VAGONE <u>NON</u> È INERZIALE (neppure secondo Galileo)!

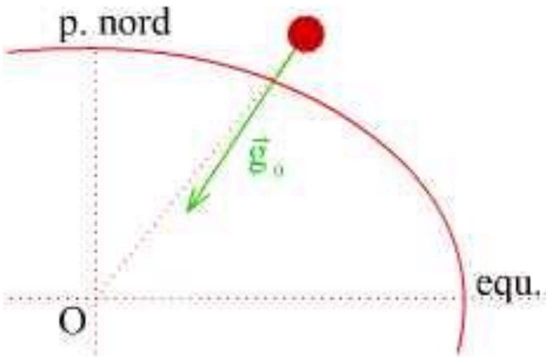
- E IL RIF FERMO SOTTO TERRA, LO È O NON LO È ?

ED UN RIF FERMO <u>SULLA</u> TERRA, È INERZIALE OPPURE NO?

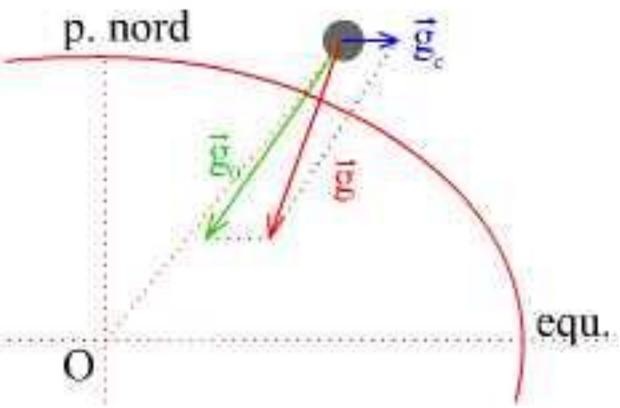
33.LE VERIFICHE “MODERNE” DEL PE

GLI ESPERIMENTI DI EÖTVÖS

Il barone Roland von Eötvös, ungherese, condusse una serie di esperimenti sul lago Balaton, dal 1890 alla morte, nel 1919. Altri, poi, hanno continuato e affinato i suoi esperimenti.

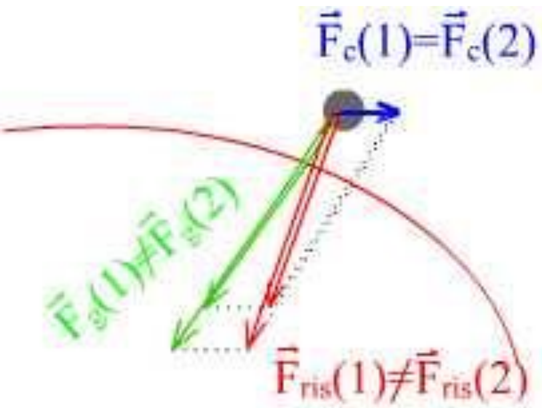


Il campo gravitazionale $\vec{g}_0$ non è diretto “esattamente” verso il centro della Terra, perché questa è schiacciata ai poli (fig. 1)



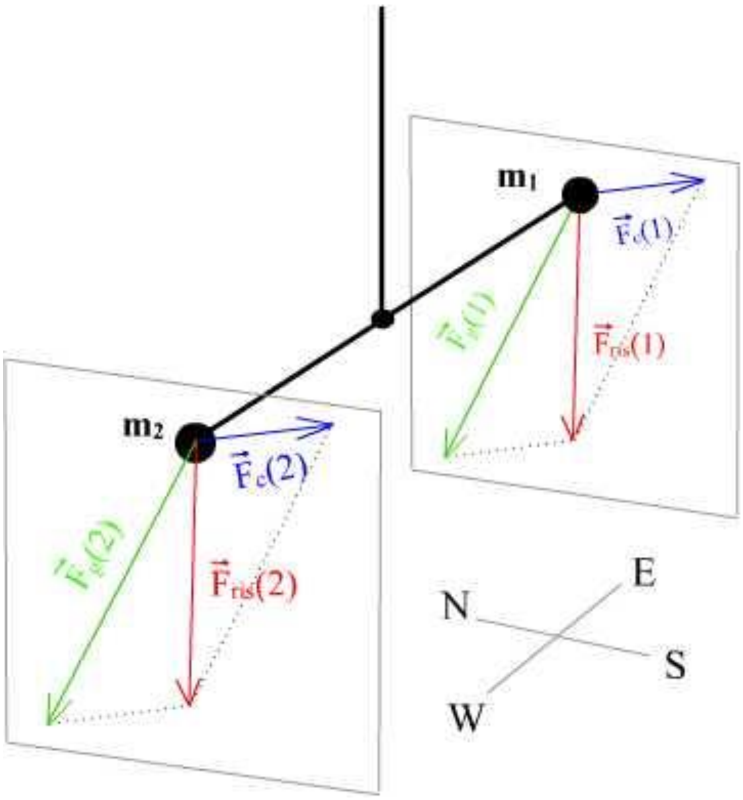
Inoltre, il campo dovuto alla forza (apparente) centrifuga $\vec{g}_c$ (fig. 2) sposta ancora di più la risultante $\vec{g} = \vec{g}_0 + \vec{g}_c$. La superficie della Terra, in particolare le distese d’acqua, per ragioni di equilibrio meccanico devono essere “orizzontali”, cioè perpendicolari alla direzione di $\vec{g}$, “verticale” per definizione.

A 45° di latitudine, $g_c = 2{,}4 \cdot 10^{-2}$ m/s^2 e $g_0 = 9{,}8$ m/s^2 , come noto.



Se non valesse il PE, la forza di gravità <u>non</u> sarebbe esattamente proporzionale alla massa del corpo, perciò, prendendo due corpi di uguale massa ma di composizione chimica, forma, … , diverse, la forza centrifuga sarebbe la stessa, ma quella gravitazionale no. (fig. 3)

Tramite una bilancia di torsione (fig. 4), utilizzando due corpi diversi, di massa uguale, si sarebbe dovuta notare una rotazione opposta, scambiando le posizioni delle due masse: non è stato osservato nulla e la sensibilità dello strumento era 10^{-9}: il PE è stato sperimentalmente verificato entro 10^{-9}.



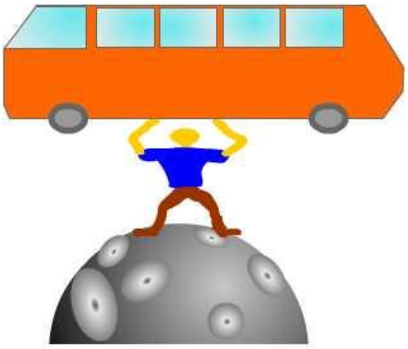
Se non valesse il PE, due masse uguali ($m_1=m_2$) subirebbero forze diverse: $\vec{F}_{ris}(1) \neq \vec{F}_{ris}(2)$, non solo in modulo MA ANCHE IN DIREZIONE.

Sia la $\vec{F}_{ris}(1)$ che la $\vec{F}_{ris}(2)$ hanno momento non nullo rispetto al filo, e i due momenti hanno lo stesso segno, perciò l'equipaggio della bilancia di torsione ruoterà in un certo verso. Scambiando le due masse, dovrebbero ruotare nel verso opposto.

34. GLI ESPERIMENTI DI DICKE E BRAGINSKIJ

Negli anni ’60-’70, Dicke negli USA e Braginskij a Mosca sostituirono alla forza centrifuga (dovuta alla rotazione) la forza di attrazione del Sole. Ottennero risultati rispettivamente di 10^{-11} e 10^{-12}, il meglio finora.

35. MASSA O PESO? (1ª PARTE)



In una trasmissione televisiva a carattere divulgativo su questioni di Astronomia si assiste alla seguente scena: il conduttore si trova su un pianeta, che chiameremo pianeta X. Esso dalle immagini sembra simile alla Luna, solo è molto più piccolo. Il diametro è di circa 100 m.

Il conduttore sostiene che, essendo il pianeta X estremamente piccolo, il campo gravitazionale è trascurabile e che, per questo motivo, si possono sollevare locomotive con facilità. La scena mostra il conduttore che alza e che abbassa una locomotiva con la stessa facilità con cui, sulla Terra, si alza un libro.

Due ragazzi che hanno assistito alla trasmissione discutono sulla credibilità della scena.

– Il primo sostiene che, poiché il campo gravitazionale sulla superficie del pianeta X è piccolo, la locomotiva ha un piccolo peso. Ne deduce che la scena è credibile.
– Il secondo sostiene che non si tratta di peso, ma di massa: per accelerare un corpo, è necessario imprimergli una forza e l'accelerazione è il rapporto tra la forza e la massa. Poiché la locomotiva ha massa molto grande, l'accelerazione è decisamente piccola. Da questo deduce che neppure sul pianeta X (o in un ascensore in caduta libera) le locomotive possono essere sollevate con facilità.
– Chi ha ragione? Prima di prendere una decisione, fai un po' di calcoli …

36. MASSA O PESO? (2ª parte)

1 Calcola il campo gravitazionale sulla superficie del pianeta X, supponendo che la densità sia la stessa di quella della Luna. Massa Luna = $7{,}4 \cdot 10^{22}$ kg; diametro Luna = $3{,}5 \cdot 10^{3}$ km; diametro X = 10^{2} m

2 Calcola il peso di una locomotiva sul pianeta X e confronta con il peso di un libro sulla Terra. Massa locomotiva = 10^{4} kg

3 Supponi che un atleta sia capace di applicare una forza di 10^{3} N per qualche minuto. Quanto tempo impiegherebbe per sollevare la locomotiva di 2 m?

4 Una volta sollevata la locomotiva a 2 m, l'atleta vorrebbe tenerla ferma a quell'altezza: ci potrebbe riuscire? Come?

1 $g_X = G\dfrac{M_X}{r_X^2} \quad M_X = \rho_{Luna} \cdot V_X = 1{,}7 \cdot 10^9 kg \quad g_X = 4{,}6 \cdot 10^{-5}\dfrac{m}{s^2}$

2 il peso della locomotiva è ~$5 \cdot 10^{-1}$ N; il peso di un libro sulla Terra è ~10 N

3 $a = \dfrac{F}{m} = 10^{-1}\dfrac{m}{s^2} \quad \Delta t = \sqrt{\dfrac{2\Delta s}{a}} \cong 6s$

4 la locomotiva dovrebbe essere fermata … CHI HA RAGIONE?

LA VELOCITÀ DELLA LOCOMOTIVA DOPO 6 s È $v = a \cdot \Delta t = 6 \cdot 10^{-1}\dfrac{m}{s}$

LA VELOCITÀ DI FUGA DAL PIANETA X È $v = \sqrt{\dfrac{2GM_X}{r_X}} = 7 \cdot 10^{-2}\dfrac{m}{s}$

37. PE “DEBOLE” E PE “FORTE”

Non è una distinzione necessaria, e non è neppure condivisa da tutti. Il PE “debole” è quello di Galileo-Newton: tutti i corpi si muovono allo stesso modo in un campo gravitazionale, indipendentemente dalla natura del corpo, dalla massa e dalla composizione. Un altro enunciato è che “massa inerziale e massa gravitazionale sono direttamente proporzionali”, ma è senz’altro meglio identificarle (errori $< 10^{-12}$!) come unica grandezza fisica.

Una conseguenza del PE debole è la cancellazione della gravità in un RIF in caduta libera (volo libero), l’equivalenza meccanica tra forza di gravità e forze apparenti (dato che anche queste sono proporzionali alla massa)

Il PE “forte” è di Einstein: l’equivalenza non sussiste solo agli effetti meccanici: un RIF in caduta libera (cioè sotto l’azione della SOLA GRAVITÀ) è A TUTTI GLI EFFETTI EQUIVALENTE a un RI nello spazio vuoto.

Altro enunciato: le leggi fisiche in un RIF in caduta libera sono identiche a quelle in un RI che si muova nello spazio vuoto: per qualsiasi fenomeno fisico, i due RIF sono indistinguibili.

D’ORA IN POI SARÀ INERZIALE (RI) UN RIF IN CUI LA GRAVITÀ “NON C’È”, CIOÈ UN RIF IN CADUTA LIBERA

MA ... E LE FORZE DI MAREA?

L’EQUIVALENZA HA VALORE “LOCALE”, CIOÈ PER “PICCOLI” SPAZI E “BREVI” INTERVALLI DI TEMPO, DOVE E QUANDO LE FORZE APPARENTI POSSONO COMPENSARE LA GRAVITÀ.

INFATTI, *UN “EFFETTO DIFFERENZIALE” È INELIMINABILE, DATO CHE IN NATURA NON ESISTONO CAMPI GRAVITAZIONALI UNIFORMI*.

38. IL NUOVO PARADIGMA

[Questo titolo è un richiamo alle ormai antiche tesi di Kuhn a proposito dei paradigmi della ricerca scientifica. Qui interessa solo sottolineare che per seguire Einstein nel suo ragionamento occorre vedere le cose vecchie in modo nuovo, cioè interpretandole in modo diverso]. Il passo fatto da Einstein a proposito del PE è perfettamente parallelo a quello fatto col PR: nel caso del PR sono completamente equivalenti (per qualunque fenomeno fisico) i RIF in moto TRU uno rispetto all'altro, nel caso del PE un RIF in caduta libera è completamente equivalente (…) ad un RI.

Ecco il cambiamento di paradigma: il PE di Einstein porta a RIDEFINIRE CHE COS'È IL RI: i "nuovi" RI sono quelli dove valgono le leggi della fisica che noi conosciamo, senza bisogno di aggiungere forze "apparenti" o altri effetti strani.

Quali sono? SONO I RIF IN CADUTA LIBERA (VOLO LIBERO, LIBERA FLUTTUAZIONE). Ciò che conta è che sul RIF, sul laboratorio (un oggetto materiale! una stanza, un'astronave, un vagone, …) NON AGISCA ALTRO CHE LA FORZA DI GRAVITÀ. Se invece è presente la resistenza dell'aria, o la pressione di radiazione, o altro, allora l'equivalenza non funziona più. La forza di gravità può sempre essere cancellata, mettendosi nel giusto RIF.

È un RI un'astronave, a motori spenti, in moto TRU "lontana" da sorgenti di campo gravitazionale?

È un RI un'astronave, a motori spenti, in un'orbita complicata attorno a diverse sorgenti di campo *g*?

È un RI un'astronave, a motori accesi, ferma?

È un RI un'astronave ferma sulla Terra?

39. LA GRAVITÀ È UNA FORZA APPARENTE?

Dato che nei RI (cioè quelli in caduta libera) la gravità sparisce, se in un RIF si sente la gravità significa che non ci siamo messi nel RIF "giusto"!

GIOSTRA CHE GIRA

Mi accorgo che c'è la forza centrifuga, perché devo applicare una forza per tenere fermo un oggetto. Deve esserci una forza, che io devo compensare, che io devo compensare per avere quiete o moto TRU.

RIF SOLIDALE ALLA TERRA

Mi accorgo che c'è la forza di gravità, perché devo applicare una forza per tenere fermo un oggetto. Deve esserci una forza, che io devo compensare per avere quiete o moto TRU.

In entrambi i casi, c'è una forza (apparente!) che io, da "dentro" al RIF, non so spiegare, ma che, cambiando RIF, posso far sparire.

LA FORZA (APPARENTE) NASCE PERCHÈ *NON SONO IN UN RI*!

In questo momento, noi siamo in quiete perché il pavimento ci sostiene!

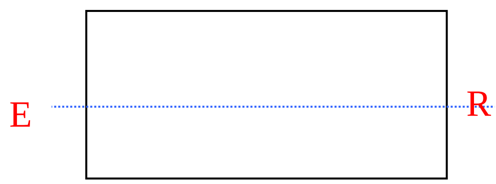
Il nostro RIF *non* è un RI!

Lo è "quasi": se no, Galileo e Newton come avrebbero potuto scoprire il PI e tutte le loro leggi? Per quello che poteva vedere Galileo, i gravi cadevano dalla Torre Pendente in verticale, ora si può misurare una "lieve" deviazione verso Est.

L'ANALOGIA VALE IN "PICCOLO", È UNA PROPRIETÀ "LOCALE" (IN UNA PICCOLA PORZIONE DI SPAZIO-TEMPO).

40. RAGGI DI LUCE “CURVI”?

- Il fatto che lo spazio sia isotropo ha, come conseguenza, che la luce viaggia in linea retta. Inoltre, non è composta da “palline” che vengono “attirate” dalla Terra.
- In un laboratorio nello spazio vuoto la luce va da E a R.



E: Emettitore
R: Rivelatore

“La luce viaggia in linea retta”: è una legge fisica che vale in un RI

- **PE + PR: questa legge deve valere in OGNI RI!**

Ascensore di Einstein, in caduta libera in un campo $\vec{g}$ uniforme (“locale”, in “piccolo”).

Nel RI, la luce continua a propagarsi in linea retta, **MA, VISTA DA TERRA, (RIF NON INERZIALE!), PERCORRE UNA PARABOLA CON LA CONCAVITÀ VERSO IL BASSO, proprio “come se” fosse attirata dalla gravità!**

Occorre comporre il moto (rettilineo uniforme) della luce nel RI con il moto del RI rispetto alla Terra (uniformemente accelerato)

La deflessione gravitazionale è “visibile” solo per masse molto maggiori della Terra.

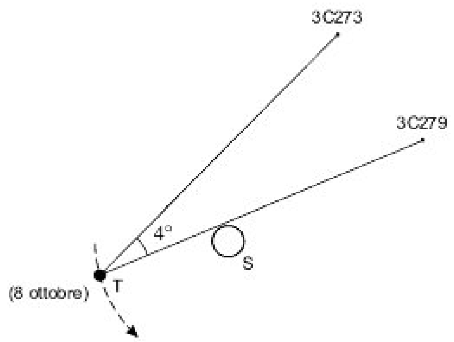
41. DEFLESSIONE E LENTE GRAVITAZIONALE

"In grande" non si può usare il PE perché non esiste un RI dove la gravità si cancella, se $\vec{g}$ non è uniforme! Occorre la RG vera e propria.

Approssimazione: g uniforme per il tratto x=2R (diametro solare, cioè tratto percorso dalla luce) e pari a $\frac{GM}{R^2}$, e nullo fuori. In queste condizioni, la deflessione angolare $\theta = \frac{gx}{c^2}$ vale circa $2 \cdot 10^{-6}$ rad ≈ 0,8" (l'ordine di grandezza è corretto).

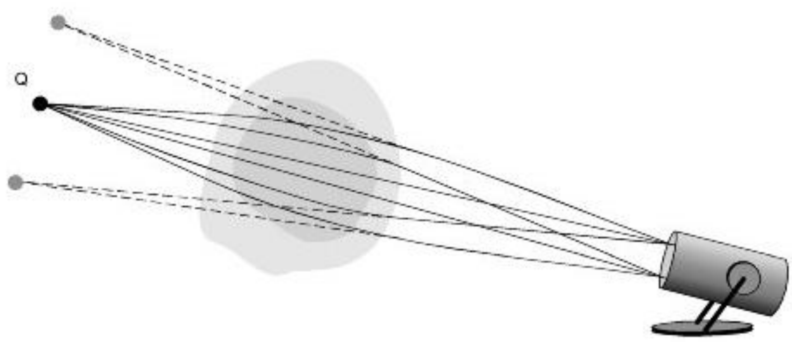
Quasar: radiosorgenti, con forte emissione a λ molto più lunghe del visibile, la cui posizione può essere misurata con precisione di 10^{-3} secondi d'arco..

Ogni anno, con qualunque clima, è possibile misurare la deflessione gravitazionale dovuta all'occultamento, da parte del Sole, di una quasar. Immediatamente prima dell'occultazione, si misura un angolo θ = 1,75" in un senso; dopo che il Sole è passato, nell'altro senso. Oggi è possibile misurare la d.g. anche per quasar lontanissime dal Sole (90° di distanza angolare).



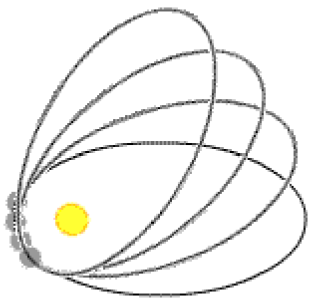
Einstein la previde nel 1915-16 e oggi, è confermata sperimentalmente meglio dell'0,1% e per un largo intervallo di distanze del percorso della luce dal centro del Sole.

Se invece del Sole, la luce della quasar attraversa una galassia, fatta di stelle e gas, e trasparente alla radiazione e. m., l'angolo di deflessione varia con la distanza in modo complicato. Compare una immagine reale della quasar e due (o quattro) virtuali: lente gravitazionale.



42. LA PRECESSIONE DEL PERIELIO DI MERCURIO

Era nota (e inspiegata!) dalla fine dell'800. Il 18/11/1915 Einstein ricavò, dalle sue equazioni, un valore in perfetto accordo con quello trovato: fu il primo, grande



successo della RG. Seguendo rigidamente i criteri del falsificazionismo (Popper), da oltre un secolo si sarebbe dovuta abbandonare la meccanica newtoniana, ma non fu così. Si pensò che quell'effetto potesse essere spiegato in altro modo, dato che i calcoli, molto complessi, dovevano necessariamente essere approssimati. Fu un "indizio trascurato", l'indizio che occorreva un nuovo modo d'interpretare lo spazio e il tempo, che ha cambiato le nostre idee precedenti. Ed infatti, Einstein non costruì la RG per spiegare il moto di Mercurio.

Una volta arrivato alle equazioni che collegavano la massa del Sole e la curvatura dello spazio-tempo nel suo intorno, quel comportamento di Mercurio ne seguiva con inderogabile necessità! Il 17/1/1916 Einstein scrisse ad un amico: "Per alcuni giorni, sono rimasto fuori di me per l'eccitazione e la gioia."

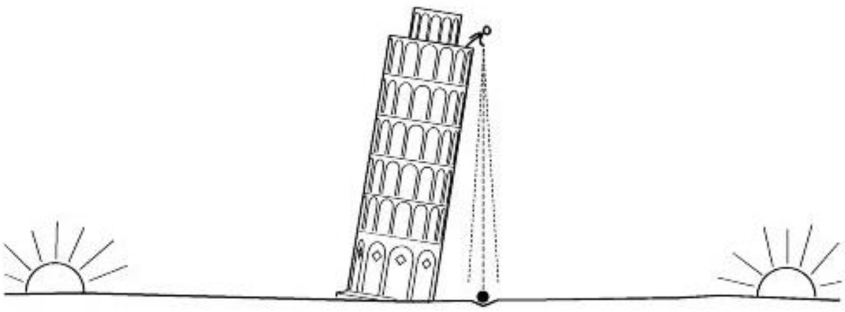
Di che si tratta?

L'orbita di Mercurio (solo in prima approssimazione un'ellisse) "ruota" attorno al Sole nello stesso senso in cui ruota Mercurio, percorrendo un angolo di 43" per secolo (orbita a "rosetta").

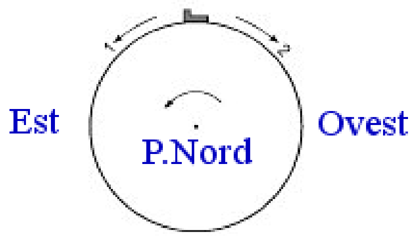
Oggi, la precessione del perielio è misurabile anche per Venere e per la Terra (pochi secondi d'arco per secolo)

Costituisce, insieme alla deflessione gravitazionale della luce ed al redshift gravitazionale, l'insieme delle VERIFICHE "CLASSICHE" della RG, i tre effetti già previsti da Einstein.

4. L'ESPERIMENTO DI HAFELE E KEATING ED IL TEMPO PROPRIO



43. L'ESPERIMENTO DI HAFELE E KEATING



Nel 1971 due orologi atomici vennero montati su due aerei che fecero il giro del mondo, l'uno in senso orario e l'altro antiorario, e che, dopo un paio di giorni di viaggio, atterrarono, insieme, nello stesso aeroporto da cui erano partiti: quello di Washington.

Per i nostri scopi, conviene fare una serie di ipotesi semplificative, che però *non furono fatte da H-K*: essi tennero conto di tutto!

- Il viaggio si svolge lungo l'Equatore per entrambi;
- il modulo della velocità resta costante, uguale per i due;
- la quota sia costante, uguale per i due.

All'arrivo, si confrontarono i tempi segnati dai due orologi, $\Delta\tau_1$ e $\Delta\tau_2$, e si trovò che $\boxed{\Delta\tau_2 > \Delta\tau_1}$, cioè, su un totale di **50** ore di viaggio, l'orologio 2, quello che aveva viaggiato verso Ovest, misurava un intervallo di tempo più lungo rispetto all'altro di **332 ns**! (È un effetto di circa $2\cdot10^{-12}$!)

Ma la Terra ruota su se stessa, con velocità ben **maggiore** di quella dei due aerei: all'Equatore, $v_T \approx 460$ m/s!

METTIAMOCI IN UN *RI, che si muova insieme alla Terra ma senza ruotare: IL CENTRO DELLA TERRA*. *In questo RI, l'aereo 1 ha velocità maggiore del 2*. Perché?

Sia 1 che 2, nel RI, viaggiano in senso antiorario, perché **l'1 somma la sua velocità a v_T, il 2 la sottrae**. Approssimativamente, **nel RI, in due giorni, l'1 fa tre giri, il 2 solo uno.**

Si confrontano i tempi a Terra (che non è un RI), quando gli orologi sono fermi, mentre, durante il viaggio, essi sono accelerati. Le loro **accelerazioni centripete però sono** 0,07 m/s^2 e 0,009 m/s^2, **piccole rispetto a *g***, e, in ogni caso, possono essere pensate come **variazioni di *g*** (< 1%), **al quale, come abbiamo visto, L'OROLOGIO ATOMICO È DEL TUTTO INSENSIBILE.**

44. NON ESISTE IL TEMPO ASSOLUTO!

Non è vero che la marcia di un orologio "dipende dal suo moto"!!!

– Abbiamo visto che le accelerazioni centripete dei due aerei (RIF) possono essere ritenute equivalenti a campi gravitazionali uniformi (**PE**), che l'effetto di questi campi sull'orologio può essere studiato in laboratorio e che si può mostrare che è trascurabile.
– Resta la velocità, costante in modulo, dei due aerei (RIF). Ma, per il **PR**, questo non influenza le leggi fisiche che governano gli orologi atomici.

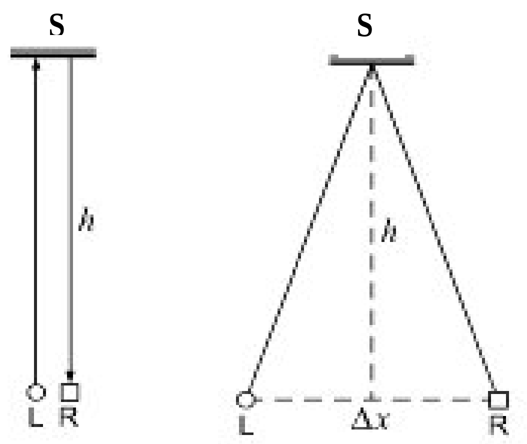
Non c'è un effetto "sugli orologi" dovuto alla velocità, all'accelerazione, al campo gravitazionale che varia! SE, PARTITI D'ACCORDO E ARRIVATI INSIEME, AL RITORNO SEGNANO TEMPI DIVERSI, NON È PERCHÉ IL LORO FUNZIONAMENTO È STATO MODIFICATO, **È CHE CIASCUN OROLOGIO HA SEGNATO, CORRETTAMENTE, IL "SUO" TEMPO, CIOÈ IL "TEMPO DEL SUO RIF", CHE DIPENDE DAL MODO CON CUI ESSO (IL RIF) HA PERCORSO LO SPAZIO-TEMPO, E NON SOLO LO SPAZIO!**

Può essere utile un'analogia geografica: la distanza tra due città, sulla Terra, non è un assoluto, ma dipende dal percorso. Non diciamo per questo che il contachilometri cambia modo di funzionare a seconda della strada!
Nello spazio-tempo, fissati due punti, esistono infiniti percorsi che li uniscono, e ciascuno ha la sua "lunghezza" (cioè: il tempo proprio, quello misurato dal "suo" orologio)

UNA DURATA, UN INTERVALLO DI TEMPO, NON SONO "ASSOLUTI", MA "RELATIVI"

Occorre, perciò, rivedere le nostre idee sul TEMPO.

45. L'OROLOGIO A LUCE



Un orologio in moto rispetto al laboratorio

L = sorgente; R = rivelatore; S = specchio

$\Delta\tau$ = intervallo di tempo impiegato a percorrere LSR nel RI dell'orologio, rispetto al quale l'orologio è fermo

Δt = intervallo di tempo impiegato a percorrere LSR nel RI del laboratorio, rispetto al quale l'orologio si muove

$$\Delta t \neq \Delta\tau$$

$\Delta\tau = 2h/c$ è l'intervallo di tempo tra due scatti successivi del contatore

PR: LA VELOCITÀ DELLA LUCE È INVARIANTE IN TUTTI I RI, DUNQUE ANCHE IN QUELLO DEL LAB!

Allora lo spostamento LSR fatto dalla luce in Δt secondi nel RI del laboratorio è:

$$c\Delta t = 2\sqrt{h^2 + \left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2} = \sqrt{4h^2 + \Delta x^2} = \sqrt{c^2\Delta\tau^2 + \Delta x^2}$$

da cui: $$\Delta\tau = \sqrt{\Delta t^2 - \frac{\Delta x^2}{c^2}}$$

$\Delta\tau$ = TEMPO MISURATO (dall'orologio a luce) NEL RI RISPETTO AL QUALE L'OROLOGIO È FERMO = TEMPO PROPRIO

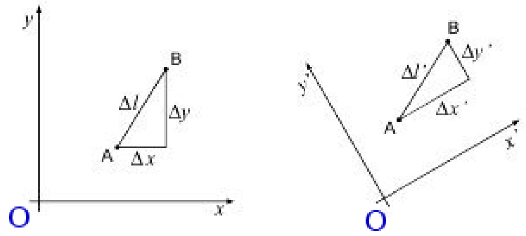
È da notare che il tempo PROPRIO è OGGETTIVO, nel senso che la misura può essere "letta su un quadrante" o "trasmessa via radio".

Inoltre, il tempo PROPRIO è INVARIANTE. Infatti, mettendomi in un altro RI, misurerò un diverso $\Delta t'$ ed un diverso $\Delta x'$, ma la grandezza $\Delta\tau$ avrà lo stesso valore:

$$\Delta\tau = \sqrt{\Delta t^2 - \frac{\Delta x^2}{c^2}} = \sqrt{(\Delta t')^2 - \frac{(\Delta x')^2}{c^2}}$$

Il fatto che **$\Delta t' \neq \Delta t$** mostra appunto il carattere RELATIVO, non più ASSOLUTO, del tempo. **IL TEMPO PROPRIO È INVARIANTE.**

46. TEMPO PROPRIO E GEOMETRIA DELLO SPAZIO-TEMPO



$\Delta x' \neq \Delta x$

$\Delta y' \neq \Delta x$

$\Delta \ell' = \Delta \ell$

Esiste un'analogia con la lunghezza di un segmento sul piano euclideo. Per determinarla posso:

– <u>misurarla</u> direttamente: è una proprietà "intrinseca" del segmento esattamente come il tempo proprio misurato dall'orologio a luce

– scegliere un sistema di coordinate SC e <u>calcolarla</u> col teorema di Pitagora: $\Delta\ell = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2} = \Delta\ell'$ (cambiando SC, ad esempio ruotando e/o traslando il primo)

In entrambi i casi, ottengo lo stesso risultato: **$\Delta\ell$ è un invariante del piano euclideo, una proprietà geometrica, una conseguenza della "metrica" euclidea!**

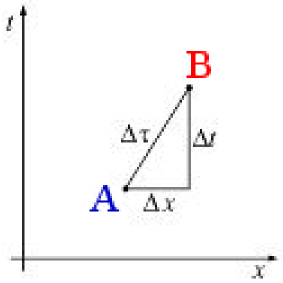
Il fondamentale contributo di Minkowski alla relatività fu di dare un significato geometrico al tempo proprio, e quindi di introdurre una "metrica" nello spazio-tempo.

Problema dell'**ETERE**: "mezzo" di propagazione delle onde e. m., RIF privilegiato, in cui la velocità della luce è "*c*": spazio "assoluto".

Poincarè trovò che le equazioni di Maxwell erano invarianti rispetto alle trasformazioni di Lorentz, viste però solo come proprietà matematiche, formali, dello spazio assoluto e dell'etere.

Esperienza di Michelson-Morley, volta a verificare il moto della Terra rispetto all'etere, diede il colpo di grazia a questa concezione.

47. DIAGRAMMI SPAZIO-TEMPORALI



Di solito, il tempo (del RI) si mette in ordinata. Un punto, nello spazio-tempo, è detto EVENTO.

Nel caso dell'orologio a luce, posso associare il punto A con l'evento "partenza della luce dalla sorgente" ed il punto B con l'evento "ritorno dell'impulso di luce al rivelatore".

LA "DISTANZA" $\Delta\tau = \sqrt{\Delta t^2 - \frac{\Delta x^2}{c^2}}$ **È IL TEMPO PROPRIO, INVARIANTE.** N.B.

È possibile misurare le lunghezze in unità "secondi-luce", in modo che il valore di c risulti 1, ma **NON È POSSIBILE ELIMINARE IL "MENO": SI TRATTA DI UNA METRICA *NON* EUCLIDEA**

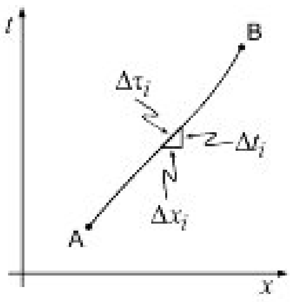
- Se v è la velocità dell'orologio a luce, sarà $\Delta x = v\Delta t$, da cui: $\Delta\tau = \Delta t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

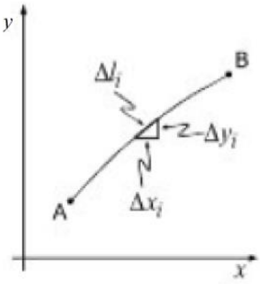
$$\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- Se il moto dell'orologio è rettilineo ma non uniforme e $v(t)$ è la velocità all'istante t, si ottiene: $\Delta\tau = \int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1 - \frac{v^2(t)}{c^2}} \cdot dt$, che è il tempo proprio segnato da un orologio in moto qualsiasi.
- Se il moto non è rettilineo, $v^2(t)$ è il quadrato del modulo di $\vec{v}(t)$

Orologio "ideale" è, per definizione, quello che è del tutto insensibile all'accelerazione (l'orologio atomico ne è una buona approssimazione).

48. IL TEMPO PROPRIO COME "LUNGHEZZA" NELLO SPAZIO-TEMPO





$$\Delta\tau = \int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1-\frac{v^2(t)}{c^2}} \cdot dt$$

"distanza" nello s-t

$$\Delta\ell = \int_{x_A}^{x_B} \sqrt{1+[y'(x)]^2} \cdot dx$$

è la lunghezza dell'arco di curva AB

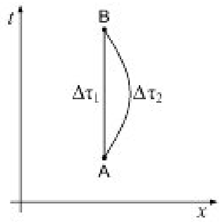
Tutto questo non è relativo solo alla propagazione della luce: $\Delta\tau = \sqrt{\Delta t^2 - \frac{\Delta x^2}{c^2}}$ è la relazione che lega l'evento L (emissione) con l'evento R (ricezione), indipendentemente dal fatto che sia la luce a viaggiare da L a R. È una relazione tra la separazione spaziale dei due eventi, la loro separazione temporale, e la loro "distanza", nel senso in cui il tempo proprio è una "distanza" nello spazio-tempo.

L'abbiamo ricavata utilizzando il raggio di luce e uno specchio perché l'unica informazione di cui disponevamo in partenza era **l'invarianza di *c* in tutti i RI**.

PR: la relazione tra $\boldsymbol{\Delta t}$ e $\boldsymbol{\Delta\tau}$, che vale per un certo esperimento, deve valere per tutti gli esperimenti che connettono gli stessi eventi; altrimenti due fenomeni che hanno la stessa durata $\boldsymbol{\Delta t}$ in un certo RI avrebbero durate $\boldsymbol{\Delta\tau \neq \Delta\tau'}$ diverse in altro RI, e questo renderebbe i due RI non equivalenti.

49. IL PARADOSSO DEI GEMELLI

$$\Delta\tau_1 = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\cdot\Delta t$$



$$\Delta\tau_2 = \int_{t_A}^{t_B}\sqrt{1-\frac{v^2(t)}{c^2}}\cdot dt$$

A CAUSA DEL SEGNO "MENO", SI HA CHE:

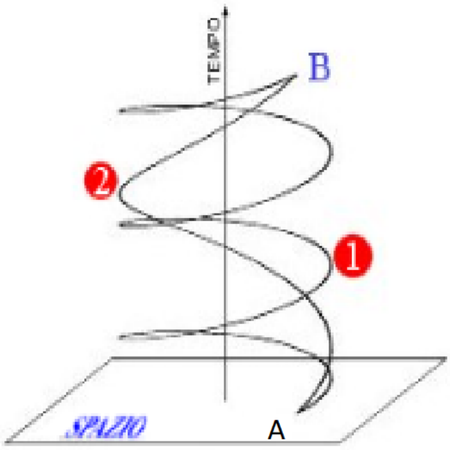
$$\Delta\tau_1 > \Delta\tau_2$$

cioè il tempo proprio ("distanza nello s-t") calcolato lungo un segmento (= moto rettilineo uniforme) è il massimo rispetto a quelli calcolati su tutte le altre curve (= moti possibili) fra gli stessi eventi A e B. In particolare, il tempo proprio calcolato nel RI in cui gli eventi A e B avvengono nella stessa posizione (Δx = 0) è maggiore di tutti gli altri.

Il segmento AB rappresenta la linea oraria del gemello fermo a Terra, mentre la curva è la linea oraria del gemello viaggiatore. $\Delta\tau_1 > \Delta\tau_2$, qualunque sia $\boldsymbol{\Delta\tau_2}$

Ma vale anche per un orologio "biologico"?
Se non valesse PER OGNI OROLOGIO ("biologico", meccanico, atomico, …) allora questo PERMETTEREBBE D'IDENTIFICARE UN RI PRIVILEGIATO, CONTRO IL PR. (Ad esempio, quello in cui l'effetto "gemelli" vale per l'orologio atomico e non per gli altri, mentre negli altri RI vanno d'accordo)

50. SPIEGAZIONE DELL’ESPERIMENTO H-K



Le linee orarie dei due aerei, nell’ipotesi che si muovano di moto circolare uniforme, sono eliche che si sviluppano verso l’alto, lungo l’asse t.

A e B sono, rispettivamente, l’evento “partenza degli aerei” e l’evento “arrivo degli aerei”.

La curva 1, quella dell’aereo più veloce nel RI, è più lunga della 2, perciò il suo tempo proprio è più breve di quello della 2 (per effetto del segno “meno” nella relazione) $\Delta\tau_1 < \Delta\tau_2$

CONTI

Δt = tempo segnato da un orologio fermo nel RI ~ 50 h = $1{,}8 \cdot 10^5$ s

u = velocità Terra all’Equatore = ωR =465 m/s

v = velocità aerei rispetto alla Terra = $2\pi R/\Delta t$ = 222 m/s

$v_{1,2}$ = velocità aerei rispetto al RI = $u \pm v$

$$\Delta\tau_{1,2} = \Delta t\sqrt{1-\frac{(u\pm v)^2}{c^2}} = ?$$

$\left(\frac{u\pm v}{c}\right)^2$ è “piccolo” rispetto a 1 … $\sqrt{1-x} = 1-\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+\dots$

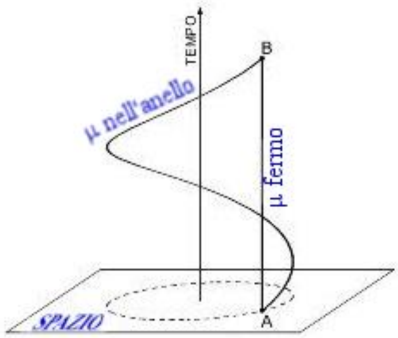
$x \sim 10^{-12}$ $\quad x^2 \sim 10^{-24}$ (trascurabile, rispetto a x!)

$\boxed{\Delta\tau_{1,2} = \Delta t\left(1-\frac{(u\pm v)^2}{2c^2}\right)}$ da cui: $\boxed{\Delta\tau_2-\Delta\tau_1 = \Delta t\frac{2uv}{c^2} = 4\cdot 10^{-7}\,s}$

L’esatta differenza era 332 ns, l’ordine di grandezza è giusto.

Calcolo più accurato: accordo entro 20 ns, dovuti alle varie cause d’errore.

51. VITA MEDIA DEI MUONI IN UN ANELLO DI ACCUMULAZIONE



Muone μ: leptone, massa ~206 m_e; decade con vita media $\tau \sim 2$ μs

$$\mu^- \to e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$

In un anello di accumulazione, con velocità "vicine" a c, tali cioè che

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx 12$$

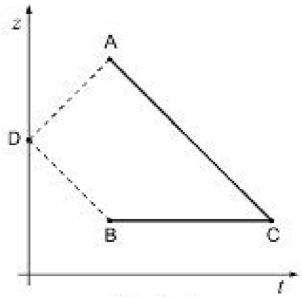
si è misurato come variava il loro numero nel tempo e si è calcolato che la vita media si allungava di un ordine di grandezza $\boxed{\tau' = \gamma\tau = 24\mu s}$ $\boxed{\tau' > \tau}$

[vita media τ significa che, dopo τ s, è sopravvissuta solo una frazione 1/e dei muoni totali: è un decadimento esponenziale $n = n_0\, e^{-t/\tau}$]

Confrontando le curve orarie di un muone fermo e di un muone in moto, si nota che per quest'ultimo essa è un'elica, di lunghezza maggiore del segmento AB.

Pertanto, il tempo proprio del muone in moto, tra gli eventi A e B, sarà minore di quello del muone fermo. Quest'ultimo ha vissuto più a lungo, perciò è più probabile che sia decaduto. **NON È VERO CHE IL TEMPO "SI DILATA"!**

52. MUONI DAI RAGGI COSMICI

	È l'esperimento descritto nel film PSSC "La dilatazione del tempo" (titolo degli anni '60 …)

Si misura il numero N_0 di muoni che, a quota h = 1800 m, attraversano verticalmente, in un certo tempo, una data superficie. Si rifà la misura a quota 0 e si ottiene $N \ll N_0$. Dato che $v \approx c$, il tempo impiegato a scendere sarà circa $t = h/c \approx 6\ \mu s$, circa 3 τ (vita media). Dovrebbero arrivarne molti meno di N, e questo si interpreta dicendo che la vita media dei muoni in moto è maggiore di τ.

Per confrontare il tempo proprio ("lunghezza") di due linee orarie, occorre che esse colleghino gli stessi due eventi.

AC: linea oraria del muone in discesa (la pendenza è < 45°)
BC: linea oraria di un orologio fermo nel laboratorio a quota 0

Faccio partire dal punto D, a metà strada tra A e B, un segnale radio di sincronismo, che arrivi contemporaneamente alla base B e alla cima A. Se viaggia a velocità c, la pendenza è 45° (pongo c = 1 per comodità) e la "lunghezza" (tempo proprio) è nulla. (Anche se non lo fosse, sarebbero comunque tratti "uguali").

La "lunghezza" DAC è minore di DBC del fattore $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

$\boxed{\Delta\tau = \Delta t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ $\Delta t = 6\ \mu s$ $\Delta\tau < 2\ \mu s$ (vita media a riposo)

53. LA COSIDDETTA "DILATAZIONE DEI TEMPI"

Problema 1.11 del Taylor-Wheeler "Fisica dello spazio-tempo"

Decadimento dei muoni dei raggi cosmici

Ipotesi

- tutti i muoni sono prodotti alla stessa quota, 60 km
- hanno tutti la stessa velocità, $v \sim c$, diretta "verticalmente"
- nessun muone viene perduto, attraversando l'atmosfera

Sapendo che, nel RIF a riposo, la metà dei muoni decade e che il tempo di dimezzamento è $\tau = 1,5\ \mu s = 1,5 \cdot 10^{-6}$ s, calcolare:

a) quanto tempo occorre, nel RIF della Terra, perché un muone arrivi?

$$t = \frac{s}{c} = \frac{60 \cdot 10^3 m}{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} = 2 \cdot 10^{-4} s$$

b) a quanti tempi di dimezzamento (in quiete!) corrisponde?

$$n = \frac{t}{\tau} = \frac{2 \cdot 10^{-4} s}{1{,}5 \cdot 10^{-6} s} = 133$$

a quale frazione del totale di muoni superstiti esso corrisponde?

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{133} \cong 10^{-40}$$

c) sperimentalmente, la frazione che arriva è 1/8 di quelli partiti, dunque, nel RIF del muone, tra la creazione e l'arrivo sono trascorsi solo tre tempi di dimezzamento, e non 133!

d) Nel RIF del muone, la distanza spaziale tra l'evento "creazione" e l'evento "arrivo a Terra" vale $\Delta x = 0$ m

e) il tempo proprio, tra l'evento "creazione" e l'evento "arrivo" è pertanto $3 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}$s $= 4{,}5\ \mu s$

54. LA COSIDDETTA “CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE”

La distanza tra il punto di creazione dei muoni ed il punto in cui arrivano è 60 km, nel RIF della Terra.

MA QUANTO VALE NEL RIF DEL MUONE?

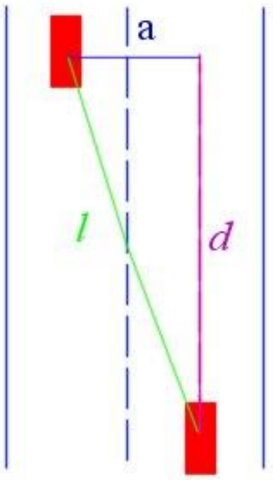
$$\Delta s = vt = 3 \cdot 10^{8} \text{ m/s} \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 1{,}35 \text{ km}$$

LA DIMENSIONE LONGITUDINALE AL MOTO “SI CONTRAE”, O MEGLIO: LA LUNGHEZZA A RIPOSO (LUNGHEZZA PROPRIA) È MAGGIORE DI OGNI ALTRA, MISURATA IN UN RIF IN MOTO.

E LA DIMENSIONE TRASVERSALE?

A differenza della direzione longitudinale al moto, nella direzione trasversale NON C’È né “contrazione” né “dilatazione”, perché, per motivi di simmetria, tutte le rette parallele alla velocità relativa possono essere, allo stesso modo, “assi” attorno a cui l’oggetto si contrae (o si dilata). Dato che, in linea di principio, non è possibile escluderne nessuna, e per ciascuna l’effetto misurabile sarebbe diverso, la conclusione è che non ce n’è nessuna: **INVARIANZA DELLA DISTANZA TRASVERSALE.**

55. SORPASSI IN AUTOSTRADA



Sono andato in autostrada da Pisa a Firenze (~100 km) ed ho fatto 50 sorpassi. Di quanto ho allungato il percorso?

stime: a = 4 m (larghezza corsia)

$v = 80$ km/h $\quad t = 3{,}15$ s $\quad \ell = 70$ m

$$d = \sqrt{\ell^2 - a^2} = 69{,}885\ldots m$$

per cui ogni sorpasso produce un allungamento 2 (ℓ–d) = 23 cm

Se i sorpassi sono 50, l'allungamento è di 11,5 m: su 100 km è del tutto trascurabile!

Quello che è decisivo è il rapporto $\frac{a}{\ell} = \frac{v_t}{v}$, dove v_t è la "velocità trasversale"

$$d = \ell\sqrt{1-\left(\frac{a}{\ell}\right)^2} \cong \ell\left(1-\frac{a^2}{2\ell^2}\right) \qquad \ell - d = \frac{a^2}{2\ell} \qquad \frac{a}{\ell} << 1$$

Analogamente nello spazio-tempo: se la velocità del corpo è piccola rispetto a quella della luce, nella formula del tempo proprio il termine che darebbe la correzione relativistica è piccolissimo. Questo spiega come mai nella fisica, fino a questi tempi, non abbiamo avuto bisogno di preoccuparci, con gli orologi che avevamo a disposizione, del fatto che la lunghezza della curva oraria, e quindi la misura del tempo proprio, dipende dal percorso, e non solo dagli estremi. L'"effetto gemelli" ci appare un "paradosso" solo perché le variazioni sono troppo piccole perché le possiamo percepire coi nostri sensi.

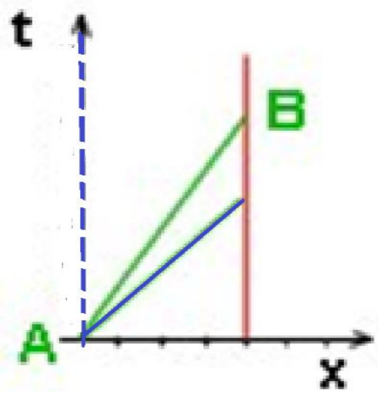
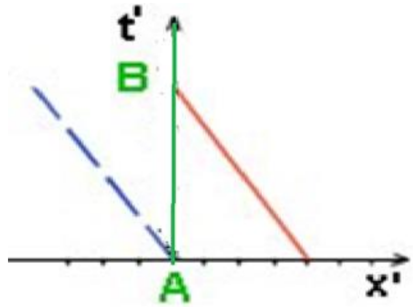
56. VIAGGIO SU SIRIO

Nell'anno 2200 d.C. il più veloce razzo interstellare esistente si muove a v = 0,75 c. Marta viene mandata in questo razzo su Sirio, stella distante 8,7 anni-luce dalla Terra.

a. Dopo quanti anni, nel RIF della Terra, Marta arriva su Sirio?

b. Quanto dura il viaggio nel RIF del razzo? In altre parole: qual è il tempo di durata del viaggio segnato dall'orologio da polso di Marta?

c. Sia A l'evento "Marta parte dalla Terra" e B l'evento "Marta arriva su Sirio". Calcola l'intervallo di tempo proprio nel RIF della Terra ed in quello del razzo.

<table>
<tr>
<td>Nel RIF della Terra:

</td>
<td>__linea oraria di Sirio
__linea oraria del razzo
__linea oraria della luce (c=1)
---linea oraria della Terra</td>
<td>Nel RIF del razzo:

</td>
</tr>
</table>

a. nel RIF della Terra $\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{8{,}7 anni c}{0{,}75c} = 11{,}6 anni$

b. nel RIF del razzo, gli eventi A e B avvengono nella stessa posizione, cioè $\Delta x'$ = 0 e quello che si cerca è il tempo proprio:

$$\Delta t' = \Delta \tau = \sqrt{\Delta t^2 - \frac{\Delta x^2}{c^2}} = \sqrt{11{,}6^2 - 8{,}7^2}\, anni = 7{,}7 anni$$

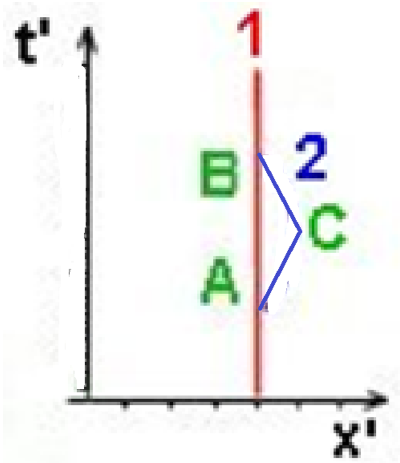
c. il tempo proprio è invariante, dunque è lo stesso nei due riferimenti.

57. EFFETTO GEMELLI PI-FI

Stimare l'effetto gemelli in un viaggio di andata e ritorno da Pisa a Firenze in autostrada.

$\Delta s = 2 \cdot 100$ km $= 2 \cdot 10^5$ m

$v = 108$ km/h $= 30$ m/s $= 10^{-7}\, c$



1 fermo Pi

2 viaggia Pi-Fi-Pi

Nel RIF del gemello fermo, l'evento A (partenza del gemello viaggiatore) e B (arrivo del gemello viaggiatore) avvengono nello stesso posto, perciò la loro distanza spaziale è $\Delta x'=0$ e la distanza temporale è il tempo proprio, uguale nei due RIF

$$\Delta t' = \frac{\Delta s}{v} \cong 7 \cdot 10^3 = \Delta \tau_1 \qquad \Delta x' = 0$$

$\Delta\tau_1$ è la "lunghezza" del segmento AB di linea oraria

Sempre nel RIF del gemello fermo, la "lunghezza" della spezzata ACB vale:

$$\Delta \tau_2 = 2 \cdot \Delta \tau_2^{AC} = 2\sqrt{(\Delta t_{AC})^2 - \frac{(\Delta x_{AC})^2}{c^2}} = 2 \cdot \Delta t_{AC} \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta x_{AC}}{\Delta t_{AC}}\right)^2 \cdot \frac{1}{c^2}} = \Delta \tau_1 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \qquad \boxed{\Delta\tau_2 < \Delta\tau_1}$$

$$\Delta \tau_1 = \gamma \cdot \Delta \tau_2 = \frac{\Delta \tau_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \qquad \boxed{\Delta\tau_1 - \Delta\tau_2 \approx 3{,}5 \cdot 10^{-11}\ \text{s}} \qquad \sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x \ \text{per } x \ll 1$$

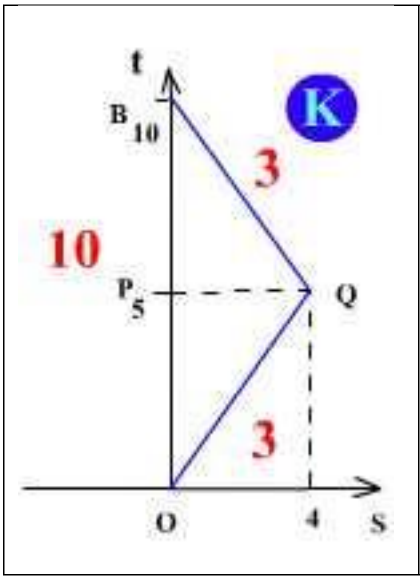
NON C'È SIMMETRIA TRA I DUE GEMELLI!

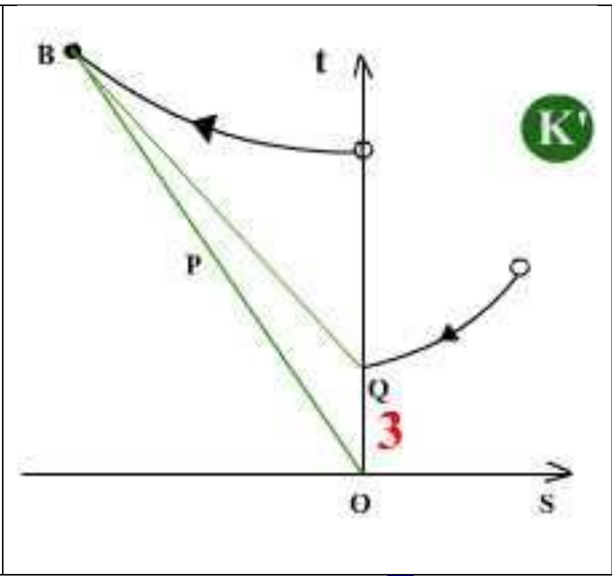
Per il viaggiatore, occorre definire un riferimento rigido, necessariamente accelerato. Esistono però RI "tangenti", in cui esso è momentaneamente fermo. Si può dimostrare che $\Delta \tau_1 = \int_0^{\tau} \gamma(\tau')\, d\tau'$ e, trascurando i tratti dove il moto non è uniforme

$$\boxed{\Delta \tau_1 = \gamma \cdot \tau = \gamma \Delta \tau_2}$$

58. VIAGGIO DI ANDATA E RITORNO

Problema 5.2 del Taylor-Wheeler “Fisica dello spazio-tempo”





(disegno non in scala)

[c=1]

[$\beta=v/c=v$]

Mappe spazio-temporali, una nel RIF del laboratorio K e l’altra nel RIF del razzo che si allontana K’ con la particella da O a Q, e continua, anche dopo, con velocità costante.

K $x_Q = 4$ $\quad t_Q = 5$ $\quad$ tempo proprio lungo OQ= $\sqrt{5^2-4^2}=3$

tempo proprio totale lungo OQB = 2·3 =6

tempo proprio lungo OPB = 10 $\quad v=\frac{4}{5}=0{,}8$ (velocità del razzo)

K’ nel RIF del razzo, $x'_Q = x'_O = 0$

$t'_Q = 3$ perché è il tempo proprio lungo OQ

gli eventi Q e B sono su iperboli invarianti

la velocità del laboratorio sarà v = 0,8 verso sinistra (OPB)

fattore di dilatazione $\gamma=\left(\sqrt{1-v^2}\right)^{-1}=\frac{5}{3}$, che è il rapporto $\frac{t'_B}{\tau_B}$

$t'_B = \tau_B\cdot\gamma = 10\cdot\frac{5}{3}=\frac{50}{3}$ da cui $x'_B = -v\cdot t'_B = -\frac{40}{3}$

<u>tempo proprio lungo OPB</u> = $\tau_{OB}=\sqrt{(t'_{OB})^2-(x'_{OB})^2}=10$

<u>tempo proprio lungo OQB</u> = $\tau_{OQ}+\tau_{QB}$

$\tau_{OQ} = 3$ $\qquad \tau_{QB}=\sqrt{(t'_{QB})^2-(x'_{QB})^2}=\sqrt{\left(\frac{50}{3}-3\right)^2-\left(\frac{40}{3}\right)^2}=3$

$\tau_{OQ}+\tau_{QB} = 6$

Entrambi i valori sono uguali a quelli calcolati nell’altro riferimento.

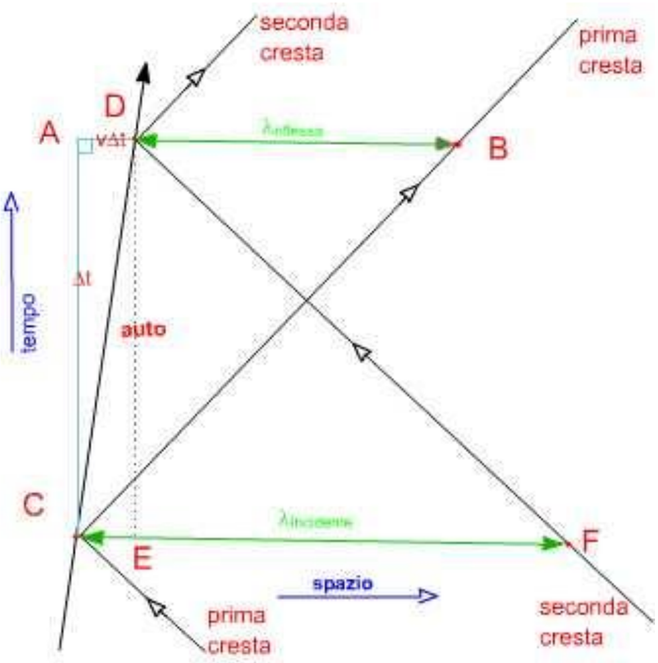
59. MISURARE LA VELOCITÀ CON IL RADAR

Problema 5.5 del Taylor-Wheeler "Fisica dello spazio-tempo"

Un segnale radar $v_L = c = 1$ viene inviato verso un'automobile e da questa riflesso

$\overline{CV} = \lambda_{\text{incidente}}$

$\overline{DB} = \lambda_{\text{riflessa}}$



Linee universo di un'automobile che si avvicina e di due creste successive dell'onda radar che si riflette sull'auto.

a) il triangolo ABC è rettangolo isoscele, congruente a DEF

$$\Delta t = v \cdot \Delta t + \lambda_r = \lambda_i - v \cdot \Delta t \qquad \lambda_r = \Delta t(1-v) \qquad \lambda_i = \Delta t(1+v) \qquad \lambda_r = \frac{1-v}{1+v}\lambda_i$$

b) sapendo che, nel vuoto, $c = \lambda f$, si ottiene: $f_r = \dfrac{1+v}{1-v} f_i$

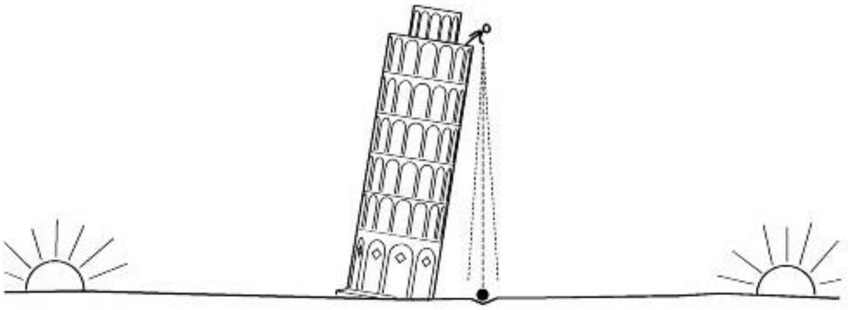
c) v = velocità auto $v \ll c$ (qui, $c = 1$) ($\beta = v$) $\quad f_r = \dfrac{1+v}{1-v} f_i = \dfrac{(1-v)^2}{1-v^2} f_i \approx \dfrac{1+2v}{1} f_i$

$$\frac{\Delta f}{f_1} = \frac{f_r - f_i}{f_i} = \frac{1+2v-1}{f_i} f_i = 2v$$

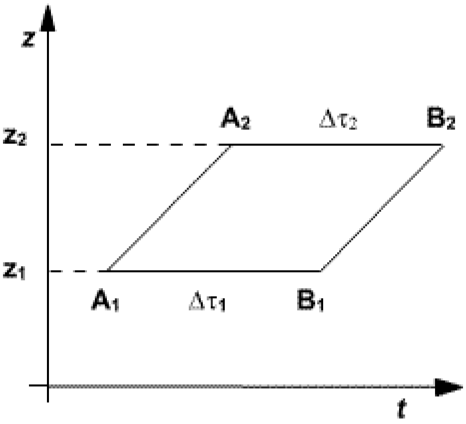
Se v_{auto}= 100 km/h= 27,8 m/s $\qquad v = 10^{-7}$

$$\frac{\Delta f}{f_i} \approx 2 \cdot 10^{-7}$$

5. L'ESPERIMENTO DI BRIATORE E LESCHIUTTA E LA CURVATURA DELLO SPAZIO-TEMPO



60. L'ESPERIMENTO DI BRIATORE E LESCHIUTTA



Nel 1975 <u>due orologi atomici</u> furono posti uno a Torino, nel laboratorio dell'Istituto "Galileo Ferraris" e l'altro sul Plateau Rosa, sul gruppo del Cervino, a quota 3250 m rispetto a Torino. Com'è ovvio non differivano solo in quota: la loro distanza, in linea d'aria, era di circa 90 km.

L'orologio 1 (Torino) emetteva un segnale di sincronismo iniziale (evento A_1) che viaggia alla velocità della luce e, giunto a z_2, fa partire l'orologio 2 (evento A_2). Dopo 68 giorni, l'orologio 1 manda il segnale di fine esperimento (evento B_1) che giunge all'altro orologio e termina la misura (evento B_2). Risultò che $\Delta\tau_2 - \Delta\tau_1 = 2{,}4$ μs.

- **MA DAL DIAGRAMMA ORARIO RISULTA $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_2$!**

Le cause non sono dovute a errori sperimentali!

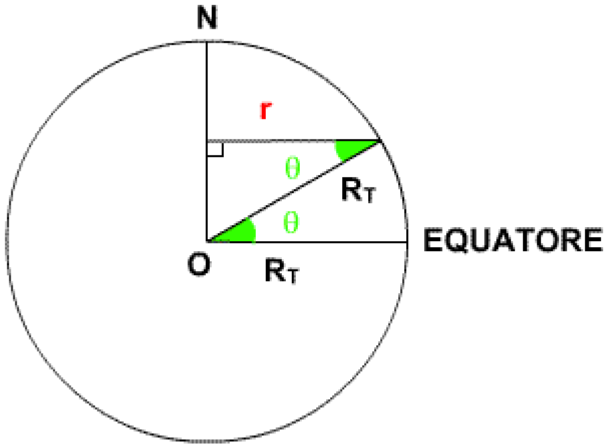
- L'accelerazione di gravità, di diverso valore, non modifica il funzionamento degli orologi atomici, perché questi sono insensibili fino ad accelerazioni ben maggiori.

- L'orologio 2 riportato a Torino, marciava in perfetto accordo con l'altro: è improbabile che eventuali danni, dovuti al trasporto nel viaggio di andata, si fossero esattamente compensati nel viaggio di ritorno

ALLORA, IL DIAGRAMMA "NON" È UNA RAPPRESENTAZIONE FEDELE DELLO SPAZIO-TEMPO.

61. GRADO DI PARALLELO

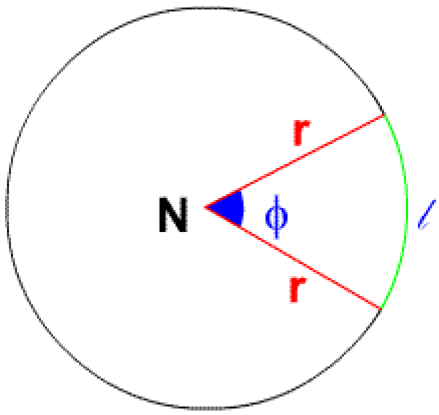
Calcolare la lunghezza di 1° di parallelo a Siracusa (latitudine ~36°) e a Bolzano (latitudine ~46,5°) e valutarne la differenza. (R_T ~6.400 km)



θ = latitudine

$r = R_T \cos\theta$

r è il raggio del parallelo alla latitudine θ



ϕ = angolo in radianti $= \frac{2\pi}{360}$

ℓ = lunghezza dell'arco di parallelo

$\ell = r\,\phi = R_T \cos\theta \frac{2\pi}{360}$

$\ell_{Siracusa} = 90{,}4$ km

$\ell_{Bolzano} = 76{,}9$ km

$\Delta\ell = 13{,}5$ km

NON È POCO

Sulle carte geografiche, dove i paralleli sono rappresentati da rette parallele, questa differenza non compare, dato che la carta geografica NON PUÒ ESSERE UNA MAPPA FEDELE della superficie terrestre, in quanto questa è curva.

Tuttavia, ne sono possibili rappresentazioni LOCALI, che possono essere FEDELI fino al grado di approssimazione richiesta: basta ridurre la zona spaziale rappresentata, e la mappa è "localmente fedele".

62. MA LA TERRA NON È PIATTA ...

Una mappa, una carta geografica è "fedele" se il rapporto tra una distanza misurata sulla carta e quella corrispondente nella realtà è costante (la scala della carta): le carte che rappresentano la Terra non "possono" mai essere fedeli, perché la Terra è (circa) una sfera, che non è sviluppabile su un piano. I meridiani **non** sono segmenti paralleli tra loro: convergono ai poli!

È possibile calcolare la lunghezza di 1° di parallelo a Bolzano e a Siracusa, ottenendo rispettivamente, 76,9 km e 90,4 km, ma, sulla carta, vengono rappresentati uguali, perché i meridiani vengono rappresentati equidistanti tra loro.

... ED IL SUO $\vec{g}$ NON È UNIFORME!

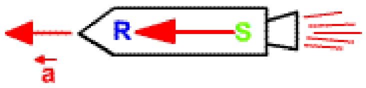
L'esperimento c'insegna che, in presenza della gravità ($\vec{g}$ "non" uniforme), si ottiene una mappa non fedele: allora, in assenza di gravità, si potrebbe creare una mappa fedele.

In un RI in caduta libera, la gravità si può far sparire, ma solo localmente: dato che $\vec{g}$ **NON È UNIFORME, MAI,** VI SONO SEMPRE GLI EFFETTI MAREA, CHE NON POSSONO ESSERE CANCELLATI, **NON SI POTRÀ MAI AVERE UNA MAPPA FEDELE DELLO SPAZIO-TEMPO, SE NON LOCALMENTE, APPROSSIMATIVAMENTE, PER PICCOLI SPAZI E PICCOLI TEMPI PERCHÉ LO SPAZIO TEMPO È CURVO PER LA PRESENZA DELLA MASSA DELLA TERRA**.

63. IL REDSHIFT GRAVITAZIONALE

Venne proposto da Einstein nel 1911 e verificato sperimentalmente da Pound-Rebka nel 1960. È una delle tre verifiche "classiche" della RG, con la precessione del perielio di Mercurio e la deflessione gravitazionale della luce. Ecco il ragionamento di Einstein:

- Un'astronave nello spazio vuoto ha i motori accesi, che producono un'accelerazione a = 10 m/s^2. Un trasmettitore posto nella coda lancia onde e.m. verso prua. Calcolare la variazione relativa di frequenza nelle onde ricevute a prua, se l'astronave è lunga h = 30 m.



S = sorgente h = distanza SR

R = ricevitore t = int. di tempo di transito SR

$s = \frac{1}{2}at^2 << h$ $t = \frac{h}{c}$ $\left(\frac{1}{2}a\frac{h}{c^2} << 1\right)$; $v = at = a\frac{h}{c} << c$

Effetto Doppler con sorgente "ferma" e ricevitore in allontanamento

$\frac{\Delta f}{f} = \frac{f' - f}{f} = -\frac{v}{c} = -\frac{ah}{c^2} = -3 \cdot 10^{-15}$ c'è una diminuzione di frequenza se l'onda e.m. si propaga nello stesso verso dell'accelerazione $\vec{a}$

PE: Ma allora, questo deve accadere anche sulla Terra, in presenza di un campo gravitazionale $\vec{g}$ uniforme! REDSHIFT GRAVITAZIONALE

I conti sono stati fatti in un RI (K$_0$), poi si può dire che il RIF dell'astronave accelerata (K') è equivalente ad uno fermo sulla T (K) con $\vec{g}$ uniforme. Se $\frac{gh}{c^2} << 1$ allora, mettendo "sul pavimento" un trasmettitore e "sul soffitto" un ricevitore, si osserva che la frequenza della radiazione rivelata è minore di quella emessa secondo la relazione:

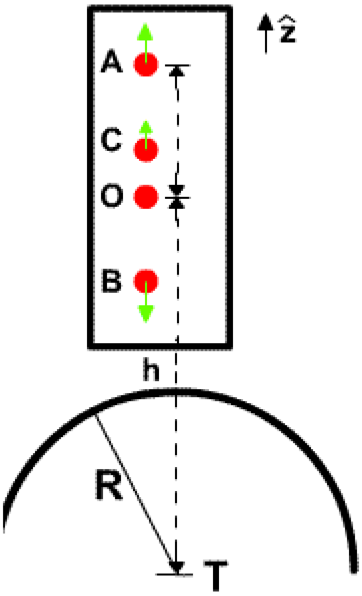
$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta \nu}{\nu} = -\frac{v}{c} = -\frac{gh}{c^2}$$

$\vec{g}$ uniforme

$g\,h$ = variazione di potenziale gravitazionale tra S ed R.

64. LIMITI DEL PR - EFFETTO MAREA

Calcoliamo il redshift gravitazionale nell'ascensore di E., in caduta libera attorno alla Terra.



Qui, occorre tener conto che la forza apparente, di valore *gm*= $-G\frac{mM}{R^2}$, è applicata nel centro di massa O *(il disegno a fianco è molto impreciso)*, che è l'unico punto nel quale la risultante delle forze è zero. (*R*+*h* ≈ *R)*

In A il campo vale $\frac{GM}{(R+z)^2}$ in B vale $\frac{GM}{(R-z)^2}$

In A il campo risultante sarà $GM\left(\frac{1}{R^2}-\frac{1}{(R+z)^2}\right)\cong 2\frac{z}{R^3}GM$ (*)

(*) si è utilizzato (per x<<1): $\frac{1}{1+x}=\frac{1-x}{1-x^2}\cong 1-x$ con $x=\frac{z}{R}$

$\vec{g}(A)=2\frac{z}{R^3}GM\hat{z}$ $\qquad\vec{g}(B)=2\frac{z}{R^3}GM(-\hat{z})$ $\qquad\vec{g}(c)=\frac{z}{R^3}GM\hat{z}$

Come già visto, solo la pallina in O resterà perfettamente ferma **(PI→RI),** mentre la A e la C si sposteranno verso l'alto e la B verso il basso: l'equivalenza è solo "locale", in "piccolo", attorno ad O; è possibile limitare l'effetto "marea" entro un limite prefissato. IL PE È LOCALE, come la def di RI, DATO CHE, IN NATURA, NON ESISTONO CAMPI $\vec{g}$ UNIFORMI.

In A e B, il valore del potenziale sarà $V(z)=\frac{GM}{R^3}z^2$, se V(O) = 0.

Redshift $z=\frac{l}{2}$con S ≡ O e R ≡ A: $\frac{\Delta\nu}{\nu}=\frac{\Delta V}{c^2}=\frac{GM}{R^3c^2}z^2=\frac{GM}{R^2}\frac{\ell^2}{4Rc^2}=\frac{g\ell}{c^2}=\frac{g\ell}{c^2}\frac{\ell}{4R}$

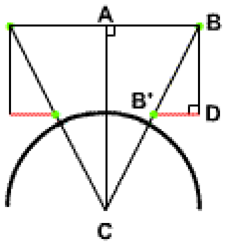
(Il primo fattore è come quello sulla Terra, il secondo è dell'ordine di 10^{-6}, mai raggiunto). Per quanto piccolo, un effetto di redshift c'è sempre: la gravità non si può eliminare completamente, dato che $\vec{g}$ non è uniforme.

65. LA COLLANA DI SFERETTE

Problemi 2.6 e 2.8 del Taylor-Wheeler "Fisica dello spazio-tempo", Zanichelli Ed.

Estensione orizzontale di un sistema in volo libero nelle vicinanze della Terra

Date due sferette vicine alla superficie terrestre e distanti tra loro di 20 m in orizzontale, dimostrare che <u>si avvicinano di 1 mm</u> per 315 m partendo da ferme rispetto alla T



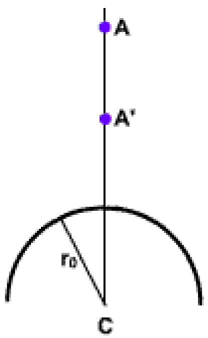
$\overline{AB}=10$ m $\overline{BB'}=315$ m $\overline{BC}=R_T=6{,}37\cdot 10^6$ m

$\Delta x=2\,\overline{B'D}$ =?

$\overline{B'D}=\overline{AB}\cdot\frac{\overline{BB'}}{\overline{BC}}=4{,}9\cdot 10^{-4}m$ $\Delta x\sim 1$ mm $\Delta t=\sqrt{2\frac{\overline{BB'}}{g}}\cong 8s$

Estensione verticale di un sistema in caduta libera in prossimità della Terra

Se le due sferette distano tra loro 20 m in verticale, la più bassa a 315 m dal suolo, e cadono per 8 s, dimostrare che <u>si allontanano di 2 mm</u>



$\overline{A'C}=r$ $\overline{AA'}=h$ h<<r $g_0=g(r_0)=9{,}8\frac{m}{s^2}$

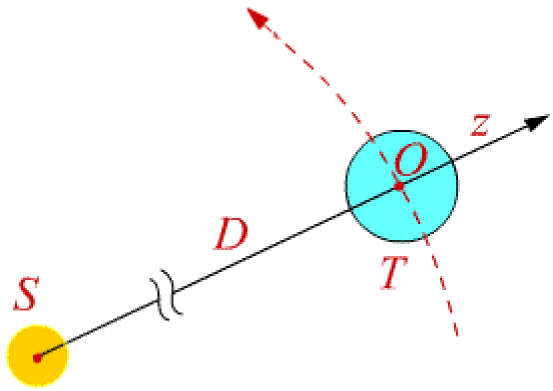
$$\Delta g=g_A-g_{A'}=g(r+h)-g(r)=-\frac{g_0r_0^2h(h+2r)}{r^2(r+h)^2}\cong-\frac{g_0r_0^2\,2}{r^3}h=-2g_0r_0^2\frac{\Delta r}{r^3}$$

(h<<r)

$\Delta y=-\frac{1}{2}\Delta g\Delta t^2=g_0r_0^2\frac{\Delta r}{r^3}\Delta t^2\cong 2mm$ $\Delta y=3\Delta x$

Se le masse sono disposte su una superficie sferica, la forma della superficie cambierà, ma non il volume delimitato. All'interno della Terra, invece, CONTRAZIONE perché le distanze diminuiscono in ogni direzione.

66. LE FORZE DI MAREA SONO LA CAUSA DELLE MAREE



Abbiamo già visto che la Terra (il suo centro) è in caduta libera nel campo gravitazionale del Sole. L'accelerazione è GM/D^2 (M=massa del Sole) In un punto sull'asse z sarà $\vec{g} = \left[\frac{GM}{(D+z)^2}\right](-\hat{z})$

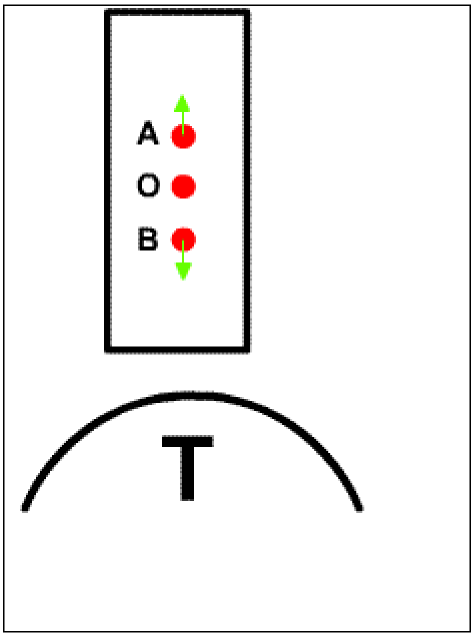
Se z<<D, sviluppando in serie di potenze e arrestandosi al primo ordine: $g(z) = -GM\frac{1}{(D+z)^2} \cong -\frac{GM}{D^2} + 2GM\frac{z}{D^3}$. Nel RIF in caduta libera, la forza apparente cancella il primo termine, ma non il secondo: $\vec{g}_{marea}(z) = 2GM\frac{z}{D^3}\hat{z}$ è quel "residuo" della forza di gravità che non viene cancellato neanche nel RIF in caduta libera.

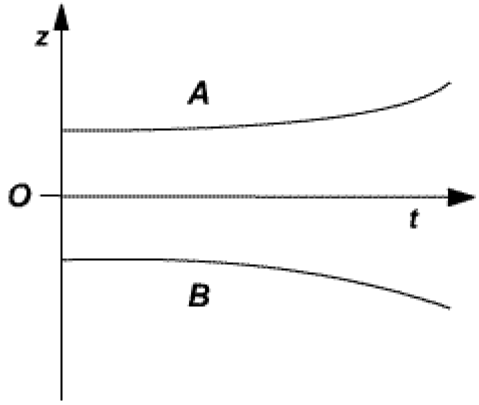
Questo campo di marea ha verso "uscente" dal centro della Terra (per z>0, $\vec{g}_m$ concorde con $\hat{z}$ e viceversa) ed è inversamente proporzionale al cubo della distanza Terra-Sole, non al quadrato.

Sulla superficie della Terra, z=±R e allora $g_{marea} = 2GM\frac{R}{D^3}$ marea è un campo che riduce" il peso di una massa posta in quei punti. Nei punti della perpendicolare a z per O il conto è diverso. Il campo di marea risultante è diretto "verso l'interno" ed ha grandezza metà del precedente $GM\frac{R}{D^3}$. In questi punti le masse pesano di più.

Risultato: nei primi punti l'acqua dei mari e degli oceani si solleva, negli altri si abbassa. Newton riuscì a stimare l'altezza delle escursioni delle maree oceaniche. Si può rifare lo stesso discorso per la Luna, perché la Terra è in caduta libera nel campo risultante. Il campo di marea dovuto alla Luna è un po' più del doppio di quello del Sole. La realtà, al solito, è molto più complicata: attriti, rotazione terrestre.

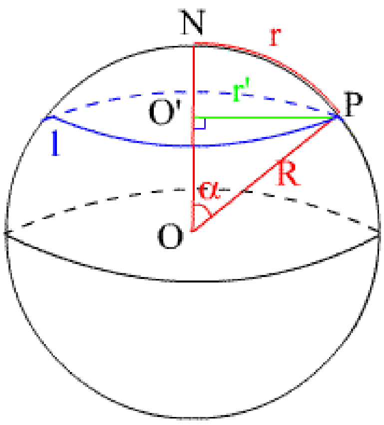
67. MAREE E CURVATURA DELLO SPAZIO-TEMPO.





L'ascensore di Einstein è RI solo "localmente", "vicino" al baricentro O. "Lontano" da O, non vale il PI: le palline, lasciate libere da ferme, si spostano "da sole": le loro curve orarie partono parallele e poi divergono (la loro distanza va, circa, come t^2). Questo dimostra che lo spazio-tempo è curvo. Ma come si può misurare la curvatura di qualcosa, senza "uscirne" né "guardare fuori"?

CURVATURA TERRESTRE



Oggi, possiamo "vedere" la Terra, dal di "fuori", mentre Eratostene ne misurò il raggio, utilizzando l'ombra del Sole ("fuori"). (Stelle)

Lunghezza del parallelo ℓ

$\ell = 2\pi r'$ $r' = R \text{ sen } a = R \text{ sen}\left(\frac{r}{R}\right)$

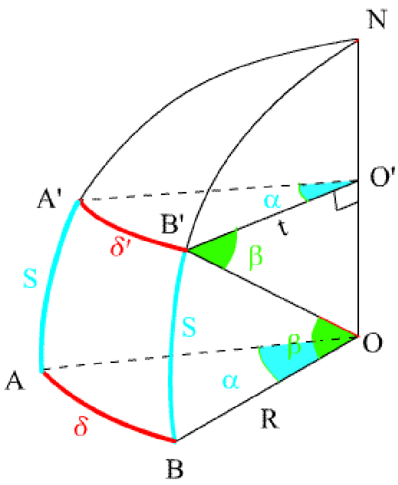
Dato che $\left(\frac{r}{R}\right) \ll 1$, si può scrivere sen$\left(\frac{r}{R}\right) \cong \frac{r}{R} - \left(\frac{r}{R}\right)^3 \frac{1}{6}$ (*)

$\ell = 2\pi r\left(1 - \frac{r^2}{6R^2}\right) < 2\pi r$ Si può utilizzare come definizione di R

Altrimenti utilizzando il "triangolo sferico"

(*) $\left[sen \cdot x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - .... \right]$

68. LA DEVIAZIONE DELLE GEODETICHE



Prendiamo due punti A e B sull'equatore, a distanza δ tra loro. Partendo da quei punti, ci spostiamo lungo i meridiani dello stesso tratto S, arrivando nei punti A' e B', distanti δ'. Ovviamente δ′<δ.

$\alpha = \dfrac{\delta'}{r} = \dfrac{\delta}{R}$ $\qquad \beta = \dfrac{s}{R}$ $\qquad$ r=R cos β $\qquad$ δα χυι:

$$\delta' = \delta \frac{r}{R} = \delta \cdot \cos\left(\frac{s}{R}\right) \cong \delta\left(1 - \frac{s^2}{2R^2}\right) \text{ per } \frac{s}{R} << 1$$

$$\left[\cos \cdot x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots\right]$$

C'è un piccolo errore: la distanza A' B' non va misurata lungo il parallelo ma lungo l'arco di cerchio massimo, ma fino al 3° ordine in S/R non vi è alcuna differenza.

- $\delta(s) = \delta \cdot \cos\left(\dfrac{s}{R}\right)$ Derivando due volte rispetto ad s si ottiene:

$$\frac{d\delta}{ds} = -\frac{\delta}{R} sen\left(\frac{s}{R}\right) \qquad \frac{d^2\delta}{ds^2} = -\frac{\delta}{R^2}\cos\left(\frac{s}{R}\right) = -\frac{\delta(s)}{R^2}$$, cioè:

$$\frac{1}{R^2} = -\frac{1}{\delta(s)}\frac{d^2\delta(s)}{ds^2} \qquad \frac{1}{R^2} = -\frac{1}{\delta}\frac{d^2\delta}{ds^2}$$ curvatura "gaussiana"

Essendo una relazione differenziale, ha carattere "locale", perciò può essere generalizzata a superfici qualsiasi: si studia come le due geodetiche (meridiani) si avvicinano o si allontanano. La sfera, per def., ha curvatura positiva, infatti δ'<δ, una "sella" per es. (superficie di tipo "iperbolico"), ha curvatura negativa, in quanto le geodetiche si allontanano. Gauss scoprì che la direzione in cui si fanno partire le geodetiche non influisce: in un dato punto, c'è solo R_C.

69. COS'È UNA GEODETICA?

È necessaria un po' di Matematica. Vi sono due def. di geodetica: quella variazionale (lunghezza minima, tra due punti "vicini") e quella differenziale: geodetica di una superficie è una curva tale che in ogni suo punto la normale principale coincide con la normale alla superficie. Il piano osculatore ad una geodetica in ogni suo punto contiene la normale alla superficie in quel punto. In genere, la geodetica non è una curva piana. Solo per la sfera è sempre vero: le geodetiche sono i cerchi massimi. Le superfici sono sottovarietà 2-dimensionali dello spazio euclideo 3-dimensionale. Vista così, la superficie "eredita" dallo spazio ambiente una "metrica", con la quale è possibile definire lunghezze, angoli, ecc. sulla superficie. A questo punto, si possono considerare due diverse superfici, che siano tra loro "isometriche": ciò vuol dire che esiste un'applicazione (diffeomorfismo) fra loro che conserva la metrica. O almeno "localmente isometriche", il che vuol dire che il diffeomorfismo non esiste fra le intere superfici, ma fra due porzioni (aperti).

In termini intuitivi, si può vedere una superficie come ottenuta da una deformazione dell'altra, pensandole entrambe come veli flessibili ma inestensibili. Es: un cilindro (ed un cono) sono localmente isometrici al piano, "localmente" perché un diffeomorfismo fra l'intero cilindro e l'intero piano non esiste: per deformare il cilindro in un piano (svilupparlo) occorre "tagliarlo".

Proprietà "intrinseche" di una superficie sono quelle INVARIANTI PER ISOMETRIE, come LE GEODETICHE.

Conseguenza di questo è che le geodetiche di superfici "localmente piatte", come il cono ed il cilindro, che differiscono dal piano solo per la topologia globale, possono essere trovate considerando direttamente il loro sviluppo sul piano. Nel caso del cilindro sono eliche o circonferenze, nel caso del cono eliche, (le circonferenze no!) oltre, per entrambi, le generatrici.

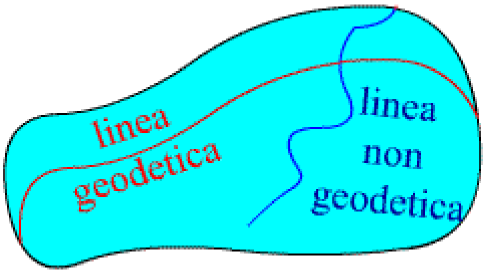
70. CURVATURA DI UNA SUPERFICIE

Ancora qualche cenno di Matematica. Preso un punto P, consideriamo la normale n alla superficie S in P, e il fascio di piani per n. Ciascun piano taglia la superficie secondo una certa curva, in un dato intorno di P. Questa curva avrà in P una certa curvatura c=1/R. (R = raggio cerchio osculatore). La curvatura varia da una curva all'altra, ma non in modo casuale. Eulero ha dimostrato che 1/R è una forma quadratica in sen ϕ e cos ϕ, essendo ϕ l'angolo del piano in esame rispetto a uno fissato come riferimento:

$\frac{1}{R} = A \cdot \cos^2 \varphi + 2B \cdot \cos \cdot \varphi \cdot sen \cdot \varphi + c \cdot sen^2 \varphi$ La forma quadratica può essere definita positiva (punto ellittico), semidefinita (punto parabolico) o indefinita (punto iperbolico). Gli autovalori della forma danno <u>le curvature di due sezioni tra loro ortogonali, che corrispondono al max e al min di 1/R</u>. Ad es. nel caso di un cilindro circolare retto il min è 0 (lungo una generatrice) ed il max è il reciproco del raggio di base (lungo la circonferenza normale alla generatrice). Nel caso di una sfera, le curvature delle sezioni sono tutte uguali, perché le geodetiche sono tutte cerchi massimi.

I coefficienti A, B, C si ricavano dall'eq. cartesiana della superficie e non sono invarianti per isometrie, così come non lo sono le due curvature principali: nel caso del cilindro (forma semidefinita), la curvatura positiva può essere modificata a piacere "schiacciando" il cilindro, fino al limite 0 quando lo si appiattisce. Tuttavia Gauss dimostrò (è il suo "theorema egregium") che il PRODOTTO DELLE CURVATURE MAX E MIN È INVARIANTE, ed ha quindi SIGNIFICATO INTRINSECO. È A QUESTO PRODOTTO CHE CI RIFERISCE QUANDO SI PARLA DI CURVATURA (O MEGLIO "CURVATURA GAUSSIANA") DI UNA SUPERFICIE. Condizione necessaria e sufficiente perché la superficie sia sviluppabile sul piano è che la sua curvatura sia NULLA.

71. IL PRINCIPIO DELLA GEODETICA (PG)



[Esempio tratto da: J. A. Wheeler "Gravità e spazio-tempo" – Nuovi Classici della Scienza – Zanichelli] Prendiamo una grossa patata, sulla cui superficie una penna (o una formica, o un coltello) traccia una linea. Tale linea è certamente curva; ma è anche una linea "diritta"? La patata, ma anche qualsiasi geometria curva a qualunque numero di dimensioni, ci mostra un mondo nel quale ogni linea è curva, ma dove alcune sono più curve di altre. Una formica cammina scrupolosamente in linea retta quanto può, senza deviare né verso destra né verso sinistra. Tale linea è una geodetica. La geodetica ha lunghezza minima, tra tutte quelle che collegano i suoi estremi (non troppo lontani tra loro!). Nello spazio-tempo, questo equivale a dire "lunghezza" (tempo proprio) massima, corrispondente alla caduta libera.

Principio della geodetica: la rotta di un corpo in caduta libera è una geodetica dello spazio-tempo (PG)

Già Newton intuì questo "potere" dello spazio-tempo sulle masse quando scrisse (8 maggio 1686): "Il tracciare linee rette e circolari, sulle quali si fonda la geometria, spetta alla meccanica. La geometria non insegna a tracciare queste linee ma ne postula la forma".

È necessario misurare la curvatura di una geometria con distanze completamente definite all'interno di quella geometria. La curvatura è positiva quando rette (in caduta libera) vicine e parallele, si incurvano avvicinandosi, è negativa in caso contrario ed è nulla se restano parallele.

Esempio: sfera (positiva), sella (negativa), cilindro (nulla).

72. LA DEVIAZIONE DELLE GEODETICHE NELLO SPAZIO-TEMPO

Ascensore in caduta libera: le palline A e B, lasciate libere, non restano ferme e neppure si muovono di MRU, cioè i loro diagrammi orari non sono rette parallele. Abbiamo spiegato questo con le forze di marea, ma è possibile anche dire che non è possibile disegnare due grafici di moti naturali che siano due rette (geodetiche) parallele, perché lo **SPAZIO-TEMPO È CURVO: NON CI SONO RETTE PARALLELE IN UNO SPAZIO-TEMPO CURVO.**

Per convincerci, calcoliamone la curvatura, come abbiamo fatto per la Terra. Il campo di marea è un'accelerazione, perciò la legge del moto di una pallina a quota z sarà:

$g = \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{2GM}{R^3} z$ [2z= distanza palline; t= tempo]

Curvatura gaussiana della Terra (il segno – deriva dal fatto che i meridiani si avvicinano tra loro)	$\frac{d^2\delta}{ds^2} = -\frac{\delta}{R^2}$	δ=distanza tra due meridiani s=spazio percorso su ogni meridiano

è possibile ridurre il tempo a unità spaziali:

$\frac{d^2 z}{c^2 dt^2} = \frac{2GM}{c^2 R^3} z$ e confrontando: $\frac{1}{R^2} = \frac{2GM}{c^2 R^3} = -\frac{1}{2}\frac{d^2 z}{c^2 dt^2}$

R_C = raggio di curvatura dello spazio-tempo

CURVATURA DELLO S-T ATTORNO ALLA TERRA

Dato che, per def., la curvatura della Terra è positiva, e questa ha derivata seconda negativa, lo spazio-tempo ha curvatura negativa (infatti la distanza tra le geodetiche aumenta) $R_C \approx 1{,}7 \cdot 10^{11}$ m (quasi uguale a R_C vicino al Sole)

Dato che, a parte i fattori e le costanti, R_C dipende da $\frac{M}{R^3}$, che è proporzionale alla densità della Terra, si può scrivere:

- $\frac{1}{R_C^2} = \frac{8}{3}\pi\frac{G}{c^2}\rho$

$\boxed{\frac{1}{R_C^2} \propto \rho}$ che è una versione semplificata delle **equazioni della RG di Einstein.**

73. CHE FA UNA MASSA NELLO ST INCURVATO (DALLE ALTRE MASSE)?

Torniamo ancora una volta all'ascensore di Einstein e al diagramma spazio-temporale relativo al moto delle palline A e B.

Il fatto che il loro moto non sia rettilineo uniforme, dal punto di vista newtoniano, viene interpretato come dovuto alla forza di marea, residuo "non compensato" della gravità.

> Secondo Einstein, l'interpretazione è diversa: le linee orarie dei corpi in moto naturale (*) sono geodetiche dello spazio-tempo (**PG**), perciò, dato che le geodetiche non sono rette parallele, questo implica che lo spazio-tempo è curvo.
>
> [(*) di caduta libera]

Che cosa causa questa curvatura? Nel caso dell'ascensore è la presenza della Terra, quindi è la presenza delle masse a causare la curvatura dello spazio-tempo (equazioni di Einstein). In ultima analisi la gravità non esiste: è un effetto apparente, visibile per un corpo che venga forzato a deviare dal suo moto "naturale" (caduta libera), ma non è una forza reale.

Ad es., appoggiando una matita sul tavolo, questa è deviata dal suo moto naturale, la caduta libera. Per deviarla dal suo moto naturale DEVO APPLICARE UNA FORZA (reazione vincolare del tavolo).

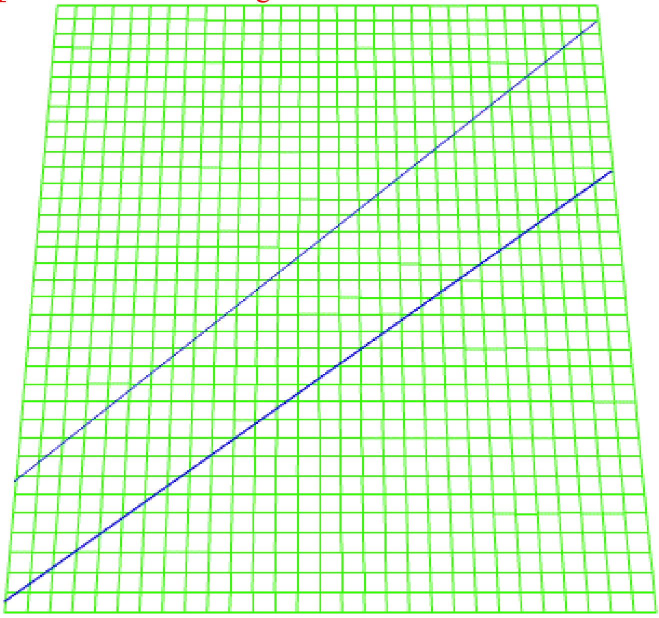
Interpretazione di Newton: se il piano applica una forza, ci deve essere un'altra forza che la contrasta: la gravità.

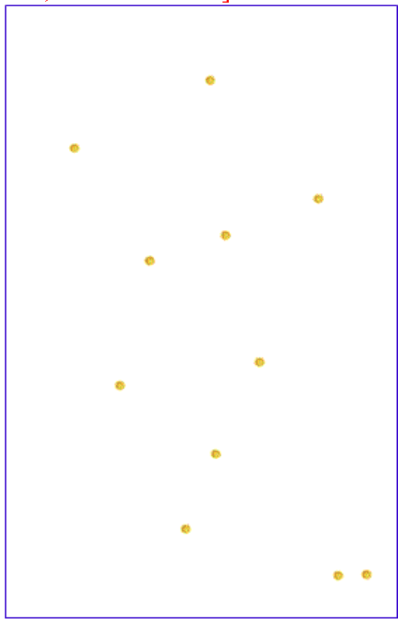
Interpretazione di Einstein: non c'è nessuna forza di gravità, semplicemente, è necessario applicare una forza per impedire alla matita di seguire il suo moto di caduta libera, cioè la geodetica dello spazio tempo.

La RG è stata ampliamente confermata, specie negli ultimi decenni, grazie agli orologi atomici, ai viaggi spaziali, ecc. La sua grande importanza sta soprattutto nelle teorie cosmologiche.

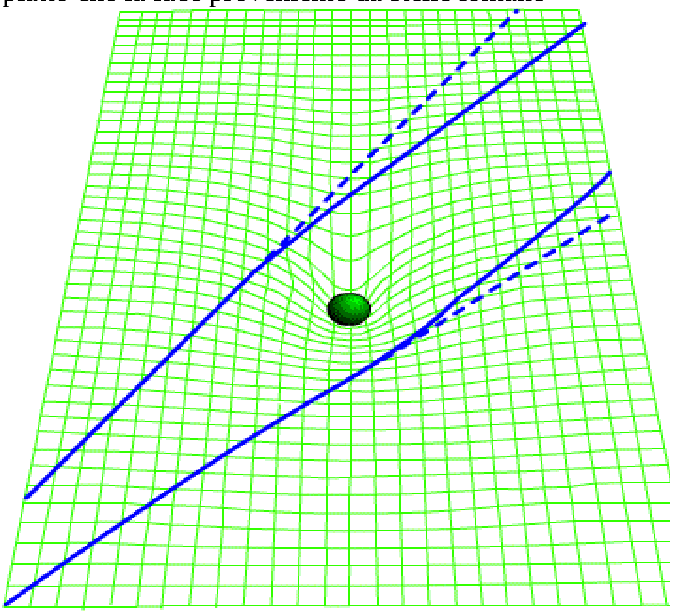
74. CURVATURA (COME SI LEGGE DI SOLITO)

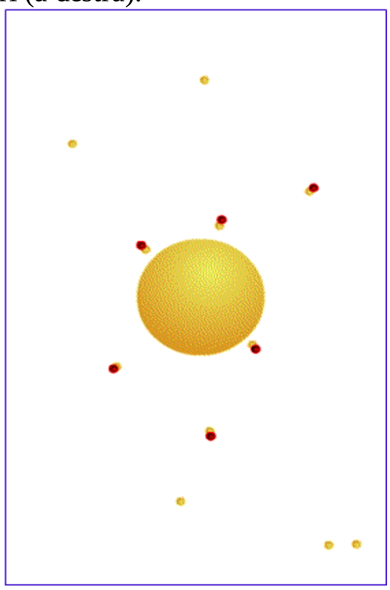
[Da: "Le Teorie della gravitazione" di C. M. Will – "Le Scienze" n. 78, febbraio 1975]





La luce viaggia in linea retta in assenza del campo gravitazionale di un corpo come il Sole. In questo caso lo spazio può essere rappresentato da un piano x-y piatto che la luce proveniente da stelle lontane attraversa senza subire alcuna deviazione (a sinistra). Una fotografia di un campo stellare può servire da mappa per stabilire le posizioni relative agli astri (a destra).





La luce viene deviata quando incontra lo spazio curvo del campo gravitazionale di un corpo di grande massa come il Sole. Un raggio luminoso che si muove sul piano x-y vicino al Sole deve fare molta strada per attraversarlo poiché percorre una regione deformata dello spazio sprofondando nella concavità del diagramma semplificando (a sinistra). Il percorso del raggio luminoso viene deviato allo stesso modo in cui una curva sopraelevata fa cambiare la direzione di un'automobile senza dover sterzare il volante. Un'istantanea dello stesso campo stellare della figura in alto con il Sole nel campo che la posizione apparente delle stelle (in colore) si è spostata verso l'esterno del Sole rispetto alla loro posizione reale (in nero) a causa dell'alterazione delle linee visive delle stelle lungo i raggi luminosi deviati. Inoltre ogni deviazione di un raggio (o di un'onda radio) per seguire la concavità del diagramma visivo mostrerebbe provoca un ritardo sul tempo di percorso. Tale ritardo è stato misurato in esperimenti di rilevamento radar dei pianeti e di veicoli spaziali