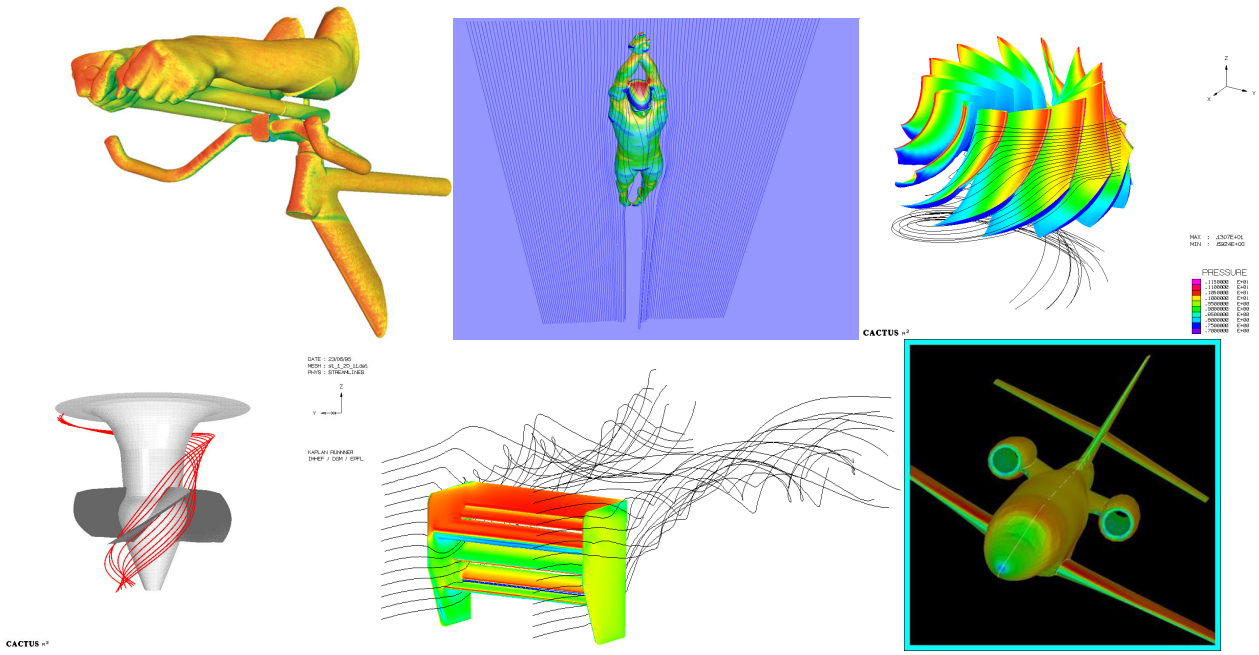
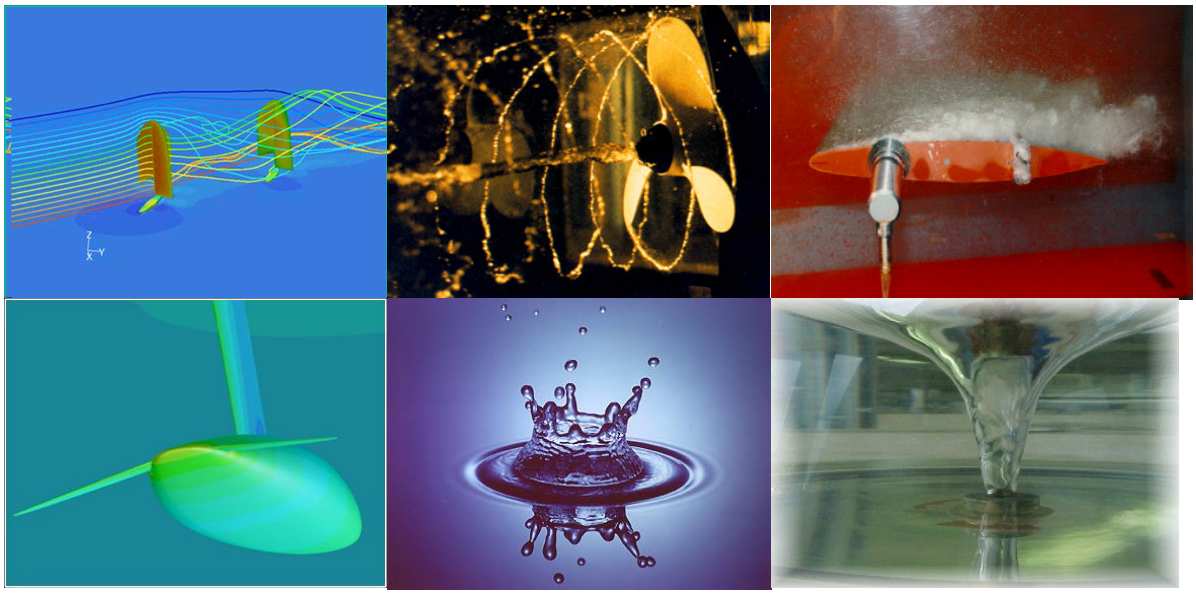


Meccanica dei fluidi



In copertina (da sinistra a destra):
Linee di flusso e carchi di pressione sulla velatura di 2 imbarcazioni classe IACC in posizione di copertura (interazione fluidodinamica) di gran lasco sotto spinnaker (twa=135°, bs=10kn), scie di vapore provenienti dalla zona più esterna delle pale di un'elica marina in regime parzialmente cavitante (tip cavitation), profilo cavitante con formazione di una nuvola di vapore nella zona di bassa pressione in un tunnel di cavitazione (v = 15m/s), carichi di pressione su di un bulbo di un imbarcazione IACC dotato di winglets posteriori, "corona" formata dall'impatto di una goccia con il pelo libero dell'acqua, vortice forzato in un recipiente cilindrico trasparente.

Indice:
Meccanica dei fluidi:

Prefazione 6
Motivazione 6
1.0 Introduzione 7
1.1 I fluidi 7
1.2 La meccanica dei fluidi 10
1.3 Modelli e approssimazione 10
2.0 Fluidostatica 11
2.1 Equazione fondamentale della statica dei fluidi 11
2.2 Legge di Stevino 11
2.3 Principio di Archimede 12
2.4 Principio di Pascal 12
3.0 Fluidodinamica 14
3.1 L'equazione di continuità 14
3.2 Il teorema di Bernoulli 14
3.2.1 Dimostrazione 15
3.3.1 Tubo di Venturi 16
3.3.2 Tubo di Pitot 17
3.3.3 Effetto suolo 18
3.3.4 Portanza 18
3.3.5 Resistenza aerodinamica 19
3.3.5.1 La resistenza di forma 19
3.3.5.2 La resistenza d'attrito 19
3.3.5.3 La resistenza indotta 19
3.3.5.4 Il rapporto portanza-resistenza 20
3.3.6 L'effetto Magnus 20
3.4 Lo strato limite 21
3.5 Il numero di Reynolds 23
3.6 La cavitazione 25
3.7 Onde gravitazionali di superficie 27
4.0 Applicazioni allo sport della vela 30
4.1 Introduzione 30
4.2 Nomenclatura della barca a vela 31
4.2.1 Scafo e appendici 31
4.2.2 L'armo 32
4.2.3 La velatura 32
4.3 Le andature 33
4.4 Aerodinamica della vela 34
4.4.1 La forma della vela 34
4.4.2 La vela e la sua forza propulsiva 36
4.4.3 Forza e geometria della vela di bolina 37
4.4.3.1 Forze aerodinamiche e idrodinamiche 37
4.5 L' idrodinamica dello scafo 42
4.5.1 Flusso dell' acqua intorno allo scafo e alle sue appendici 42
4.5.2 Resistenza e portanza dello scafo e le sue appendici 43
4.5.2.2 Resistenza dell'onda 44
4.5.2.2.1 Velocità critica e planata 45

4.5.2.3 I Profili idrodinamici 47
4.5.2.4 Aliscafi a vela 50
4.6 Glossario 54
5.0 Altre importanti applicazioni nel campo navale 56
5.1 L' elica marina 56
5.1.1 Dinamica dell' elica 56
5.1.2 Il passo 57
5.1.3 Coppia, spinta e potenza di un'elica 59
5.1.3.1 Progettazione inversa di un'elica 59
6.0 La fluidodinamica computazionale 61
7.0 Instabilità fluidodinamiche 62
7.1 Instabilità di Kelvin-Helmotz 62
7.1.1 Il numero di Richardson 63
7.2 Vortici di Von Karman 63
7.2.1 Fenomeni legati ai vortici di Von Karman 64
7.2.2 Il Lock-in 64
7.2.3 Il Flutter 64
7.3 Instabilità di Rayleigh-Taylor 65
7.3.1 Il numero di Rayleigh 65
8.0 Esperienze condotte in laboratorio 65
8.1 L' esperienza della cavitazione 65
8.2 Preparazione 66
8.3 Risultati ottenuti 68
9.0 Bibliografia 69
10.0 Conclusioni 69
11.0 Ringraziamenti 70
L'Emodinamica 71
1.0 Introduzione 71
1.1 Il sangue 71
1.1.1 Costituenti del sangue 71
1.1.1.1 Il plasma 71
1.1.1.2 Gli elementi figurati 72
1.1.2 Comportamento reologico del sangue 73
1.1.2.1 Comportamento reologico del plasma 73
1.2 Interazione fluido-struttura 74
1.2.1 Strato limite 75
1.2.2 Proprietà meccaniche generali delle grandi arterie: lo schema di materiale elastico lineare, omogeneo ed isotropo. 76
1.2.2.1 Omogeneità. 76
1.2.2.2 Cilindricità e sottigliezza del campione. 77
1.2.2.3 Incomprimibilità 77
1.2.3 Il numero di Womersley 79
1.2.4 Il numero di Reynolds 79
1.3 Moto del sangue all' interno dei vasi 81
1.3.1 Caratterizzazione dei diversi moti all' interno del vaso 81
1.3.2 Il moto di una singola particella in un fluido viscoso defluente in un condotto 81
1.3.2.1 Deflusso a bassi numeri di Reynolds 81
1.3.2.2 Deflusso ad elevati numeri di Reynolds. 83

1.3.3 Moto di singoli globuli rossi immersi in un plasma in moto alla Poiseuille in condotti circolari 84
1.3.4 Il moto di sospensioni concentrate di particelle e globuli rossi 85
1.3.4.1 Sospensioni di particelle rigide e deformabili 85
1.3.4.2 Sospensioni di globuli rossi e sospensioni di dischi rigidi 85
1.3.5 L'onda di pressione nella rete arteriosa 86
1.3.5.1 Caratteristiche dell' onda di pressione 87
1.3.6 L' onda di velocità nella rete arteriosa 87
1.4 La fluidodinamica cardiaca 91
1.4.1 Anatomia cardiaca 91
1.4.2 Portata cardiaca 91
1.4.2.1 La funzione sistolica 92
1.4.2.2 La funzione diastolica. 93
1.4.2.2.1 funzione serbatoio 94
1.4.2.2.2 funzione condotto 94
1.4.2.2.3 funzione pompa 94
2 Leggi di governo del flusso sanguineo 95
2.1 Equazione fondamentale della statica dei fluidi 95
2.2 Legge di Stevino 95
2.3 Equazione di continuità 96
2.4 Il teorema di Bernoulli 96
3 Implicazioni pratiche alla cardiochirurgia 98
3.1 Connessione cavopolmonare totale extracardiaca 98
3.1.1 Approccio biomeccanico 98
3.1.2 Principali problematiche 100
Allegati: 101

Prefazione

Con questo lavoro intendo presentare alcuni principi della meccanica dei fluidi di mio interesse e d'importanza fondamentale per la comprensione dei fenomeni della meccanica dei fluidi.
Spero con questa ricerca di riuscire ad interessare il lettore rispettivamente l'ascoltatore al momento della presentazione orale.

Motivazione

Ho scelto la meccanica dei fluidi come argomento per il mio lavoro di maturità, in primo luogo poiché sono appassionato di vela, il quale sport si basa in larga parte sulla meccanica dei fluidi, e in secondo luogo poiché la possibilità di riuscire ad interpretare fisicamente il moto dei fluidi, che apparentemente può sembrare del tutto caotico, mi ha affascinato.

1.0 Introduzione

"Nella vita di tutti i giorni siamo circondati - e perfino sostenuti - da eventi regolati dal flusso di fluidi. Il sangue scorre nelle vene nei nostri corpi, e l'aria fluisce nei nostri polmoni. I nostri veicoli si muovono attraverso il lenzuolo d'aria che avvolge la terra o attraverso mari e laghi, messi in movimento da altri fluidi come il combustible ed il comburente, che si mescolano nella camere di combustione dei motori. In realtà, nessuno dei problemi connessi con l'ambiente o l'energia che dobbiamo fronteggiare al giorno d'oggi può essere affrontato senza una conoscenza dettagliata della meccanica dei fluidi."
Scientific American, Parviz Moin, CTR Stanford (CA) USA

1.1 I fluidi

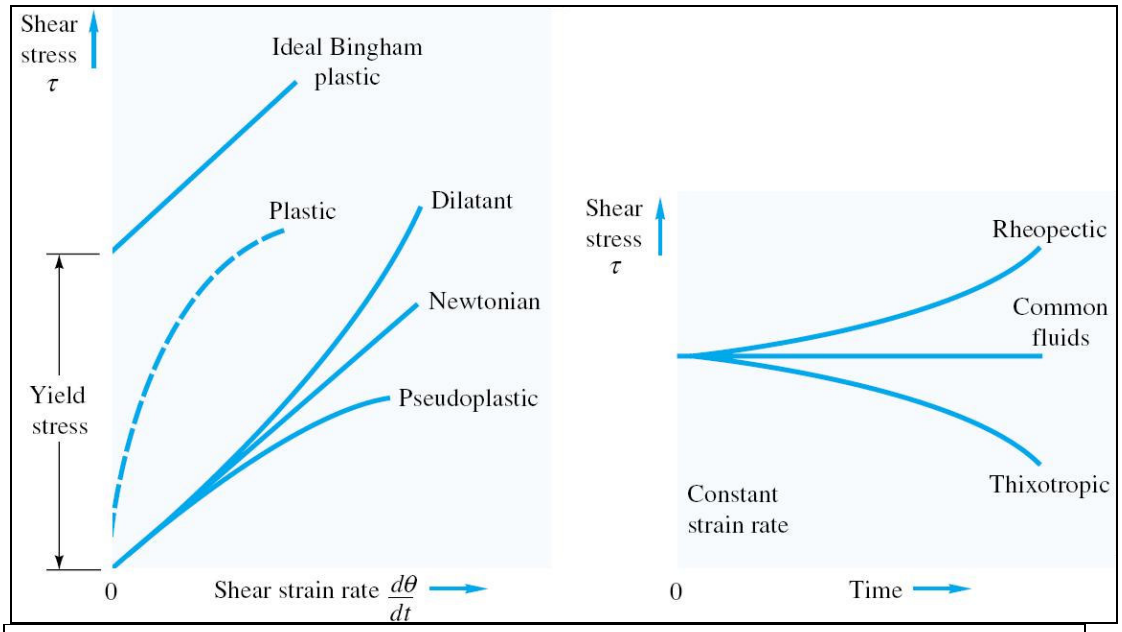
"Scegliete ciò che può essere di maggior aiuto nella vostra azione."
SHAKESPEARE, Coriolano

La differenza tra un solido e un fluido è ovvia per qualsiasi persona, ma non le sembrerà più così ovvia nel momento in cui le sarà chiesto di esprimere questa differenza in parole.
La definizione tecnica corretta di questa differenza sta nella reazione dei due, quando gli sono applicate delle forze esterne. Un solido può resistere allo sforzo con una deformazione statica, mentre un fluido non può. All' applicazione di qualsiasi forza ad un fluido, non importa quanto grande o piccola, comporterà necessariamente un movimento dell'intero volume di fluido.
I fluidi sono composti da un agglomerato di particelle la cui posizione reciproca non è fissa.
Essi si dividono in due gruppi di proprietà intrinseche molto diverse: I liquidi e i gas, e anche in questo caso la definizione tecnica corretta di questa differenza sta nella reazione dei due all'applicazione di una forza esterna.
I liquidi sono dei fluidi in sostanza incomprimibili, mentre i gas sono facilmente comprimibili.
Le proprietà fisiche che definiscono un fluido sono: la comprimibilità, la densità ρ [kg/m^3]e la viscosità η [Pa·s].
La comprimibilità è la proprietà del fluido che permette di diminuire il suo volume, quando è sottoposto a forze esterne, la densità è la proprietà intrinseca del fluido che definisce la massa in rapporto al volume, mentre la viscosità è la grandezza fisica che misura l'attrito interno di un fluido per cui uno strato in movimento tende a trascinare con sé quelli adiacenti, per l'attrito tra le molecole.
Esiste un' altra classificazione dei fluidi usata correntemente nell' ambito della meccanica dei fluidi, che si riferisce però specificatamente ai liquidi, essa divide i liquidi in due gruppi ben distinti secondo il comportamento della loro viscosità.
Si tratta dei fluidi detti newtoniani e fluidi non newtoniani, i fluidi che sono caratterizzati dal fatto che la loro viscosità non varia con la forza esercitata su di essi, e quindi soddisfano l' equazione $\mu = \frac{\tau}{\nabla v} = k$ con: k = costante,
μ = coefficiente di viscosità, ∇v gradiente di velocità, τ sforzo di taglio.
sono chiamati fluidi newtoniani, in onore a Sir Isaac Newton che postulò questa legge di resistenza nel 1687.

I fluidi non newtoniani hanno una viscosità che varia in funzione dello sforzo esterno a cui sono sottoposti, come per esempio a forze di taglio, e quindi non rispettano l' equazione

$$\mu = \frac{\tau}{\nabla v} = k \,.$$

I fluidi non newtoniani sono a loro volta suddivisi in diverse categorie: i fluidi pseudoplastici, i quali diminuiscono di viscosità all' aumentare della forza applicata, i fluidi dilatanti, i quali aumentano di viscosità (quindi di resistenza) all' aumentare della forza applicata e i fluidi plastici, i quali all' aumentare della forza applicata oppongono una grande resistenza fino a un certo punto, per poi diminuire rapidamente questa ultima al di sopra di un valore limite della forza applicata.
Un ulteriore e più complicata tipologia di fluidi non newtoniani è quella dei fluidi reopectici e tixotropici, i fluidi reopectici richiedono un aumento costante della forza applicata per mantenere costante la propria viscosità, mentre all' opposto, un fluido tixotropico necessita una graduale diminuzione della forza applicata per mantenere costante la resistenza.



Grafici:i due grafici mostrano il comportamento dei vari fluidi non newtoniani.

Una proprietà importante dei pseudoplastici e dei dilatanti è quella di avere memoria. Ossia dopo che ho smollato uno pseudoplastico,ovvero dopo che ne ho rotto una serie di legami interni che tenevano unite le particelle, esso tende a restare molle, avendo così memoria del passato. Se dunque torno indietro, non appena cala la velocità di deformazione, lo sforzo cala rapidamente e il fluido compie un tragitto inverso a quello che ha fatto prima, seguendo un andamento isteretico.

Ovviamente accade l'opposto per il materiale dilatante, che dopo che si è indurito tende a rimanere duro anche se riduco la velocità e segue anch'esso un ciclo isteretico.
Spesso quindi i dilatanti sono anche fluidi reopectici, cioè fluidi che una volta irrigiditi, rimangono tali, presentando un aumento di μ per effetto della lunga applicazione di uno sforzo tangenziale costante (es. impasti di gesso in acqua).Gli pseudoplastici invece, possono anche essere tixotropici, cioè fluidi che una volta ammolliti tendono a rimanere tali e presentano una diminuzione di μ sempre per effetto dell'applicazione dello sforzo tangenziale (es. prodotti alimentari, vernici).
Esistono inoltre dei fluidi particolari chiamati fluidi di Bingham, che inizialmente si comportano come dei solidi e quindi non si deformano per un certo sforzo, ma una volta superato lo sforzo "limite" iniziano la deformazione(es. vetro, burro).
In questo lavoro tratterò fenomeni legati solamente ai fluidi newtoniani, altrimenti troppo complessi se estesi al caso dei fluidi non newtoniani.

1.2 La meccanica dei fluidi

La meccanica dei fluidi è il settore della fisica che studia il comportamento dei fluidi (liquidi e gas). Essa si suddivide in due indirizzi specifici: la statica dei fluidi o idrostatica (che si occupa delle caratteristiche dei fluidi fermi e in equilibrio) e dinamica dei fluidi o fluidodinamica (che si occupa del comportamento dei fluidi in movimento).
Per molte rappresentazioni fisiche di fenomeni della dinamica dei fluidi si utilizzano i fluidi ideali (o perfetti), i quali sono del tutto privi di viscosità,non esistenti in natura, ma che permettono una più semplice risoluzione analitica di svariati fenomeni.
Ci sono delle equazioni fondamentali della meccanica dei fluidi che invece tengono conto della viscosità e quindi descrivono analiticamente un fluido reale, naturalmente esse risultano più complesse.
Note:

- Nelle equazioni che descrivono la statica e la dinamica del fluido non si tiene conto dei campi magnetici(particolarmente rilevanti per metalli allo stato liquido), se ne tenessimo conto dovremmo parlare di "magnetoidrodinamica" o MHD.
- in laboratorio si è riuscito ad ottenere l'elio 4 liquido, il quale ha un comportamento pressoché identico a quello di un fluido ideale (fenomeno della superfluidità).

1.3 Modelli e approssimazione

Formulare un modello, oppure semplicemente scegliere tra quelli disponibili quello che, con il minimo di complessità, sia in grado di riprodurre in modo soddisfacente l'evoluzione temporale e la distribuzione spaziale delle variabili fluidodinamiche in una determinata corrente di fluido è un compito tutt' altro che banale. E' necessario, innanzitutto, definire quali siano le proprietà fisiche che caratterizzano il comportamento dei *fluidi* e acquisire poi conoscenza dei fenomeni legati alle *correnti* fluide (l'osservazione visiva ne è una fase fondamentale). Questo comporta l'uso di strumenti e nozioni della fisica e dell'analisi matematica e richiede infine, e soprattutto, cautela e consapevolezza nell'adozione delle *ipotesi* e delle *approssimazioni* che è indispensabile adottare al fine di rendere i modelli meno complessi.
Il successivo, ed ultimo, livello di approssimazione della realtà è il livello di approssimazione dinamica, la quale richiede di analizzare l'influenza che le varie forze esercitano sul fluido in movimento. L'evoluzione dinamica di un sistema è determinata dall'equilibrio tra tutte le diverse possibili forze agenti su di esso, come ad esempio le forze di campo, gravitazionale o elettromagnetico(che verrà tralasciato in questo lavoro); forze di superficie, quali gli sforzi viscosi normali e tangenziali, ecc. Tuttavia, quasi mai tali forze sono ugualmente determinanti per determinare il comportamento dinamico di un fluido. Ciò, può (e deve) essere sfruttato nella formulazione del relativo modello fisico, per ottenere quel modello che, con il minimo di complessità, possa rappresentare la realtà con la migliore approssimazione.

2.0 Fluidostatica

2.1 Equazione fondamentale della statica dei fluidi

Considerato un fluido in equilibrio, rispetto ad un sistema di riferimento ortonormato O_{xyz} inerziale, ogni suo elemento di volume infinitesimo deve essere in quiete rispetto al sistema di riferimento, e quindi la somma delle forze agenti su di essi deve essere nulla:

$$\sum \vec{F}_i = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \sum(\vec{F}_i)_x = 0 \\ \sum(\vec{F}_i)_y = 0 \\ \sum(\vec{F}_i)_z = 0 \end{cases}$$

2.2 Legge di Stevino

Cenni storici:

Stevin Simon noto anche come Stevino o Simone di Bruges, matematico, fisico e ingegnere olandese (1548-1620), lavorò al servizio del governo olandese e mise a profitto le suo conoscenze tecnologiche come Quartiermastro generale dell'armata. Autore di numerosi trattati di astronomia, di genio militare e di navigazione, offrì contributi fondamentali e pionieristici alla meccanica, affinando la teoria delle leve, del piano inclinato e delle carrucole, formulò il concetto del parallelogrammo delle forze e enunciò il principio fondamentale dell'idrostatica noto con il suo nome.

Legge:

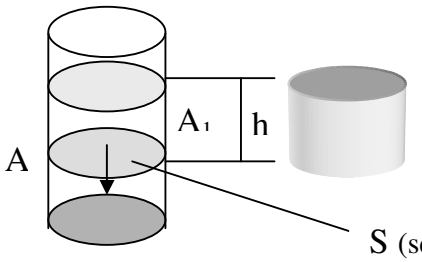
In un liquido incomprimibile sottoposto alla sola forza di gravità e contenuto in un recipiente aperto, la pressione in ogni punto interno al liquido è direttamente proporzionale al peso della colonna di liquido soprastante, e quindi all'altezza di questa ultima, dalla densità del fluido e dall' accelerazione di gravità, ma è totalmente indipendente dalle dimensioni o dalla forma del contenitore. Questo risultato, è noto come legge di Seivino.

In condizioni di equilibrio la superficie libera di un liquido deve essere piana e orizzontale, in caso contrario la forza di gravità farebbe scorrere le parti più in alto sino a portarle su un piano orizzontale.

Uno strato orizzontale di liquido **S**, che si trova ad una profondità **h**, subisce una pressione dovuta al peso del liquido che gli sta sopra.

Consideriamo un liquido che ha una densità d, contenuto in un recipiente di sezione S

Sullo strato AA_1 , oltre alla pressione atmosferica agisce una pressione causata dal peso della colonna di liquido sovrastante di base S e altezza h.



Dobbiamo calcolare il peso del liquido sovrastante che ha la forma di un cilindro, perciò il suo volume sarà $V = Sh$ Conoscendo la densità possiamo calcolarne la massa $m = \rho V$

Sostituendo: $m = \rho Sh$

Ora utilizzando la relazione $F_p = mg$ e calcoliamo il peso che sarà:

$F_p = mg$ sostituendo:

$F_p = \rho Shg$

La pressione è data da $P = \frac{F}{S}$, sostituendo ad F la forza peso del liquido avremo:

$P = \frac{F}{S} = \frac{\rho Sgh}{S}$ semplificando si ottiene:

$P = \rho gh$

Aggiungendo la pressione atmosferica:

$P = P_{atm} + \rho gh$ [legge di Stevino]

2.3 Principio di Archimede

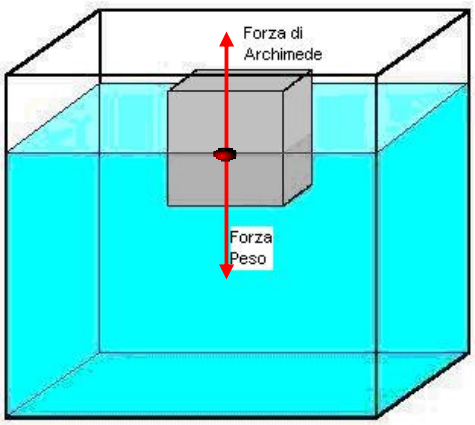
Cenni storici:

Archimede (Archimedes), matematico e fisico siracusano (Siracusa 287 a.C.-212 a.C.). Figlio di un astronomo di nome Fidia, compì i suoi studi o almeno parte di essi ad Alessandria con i continuatori di Euclide.

Tra le molte sue opere, a noi pervenute nel testo originale greco o attraverso traduzioni latine e arabe, citiamo le principali. Dell'equilibrio dei piani, trattato di statica di cui restano solo due libri, nel quale, riprendendo il metodo assiomatico utilizzato da Euclide per la geometria, determina i centri di gravità o baricentri di molte figure e stabilisce la legge di equilibrio delle leve. Nel trattato Sui corpi galleggianti, pone le basi dell' idrostatica dimostrando il famoso principio ancor oggi legato al suo nome.

Principio:

Caso particolare dell'equazione generale dell'idrostatica: afferma che un corpo immerso in un fluido riceve una spinta F_a verso il piano a pressione relativa nulla (piano dei carichi idrostatici) quindi, nel caso più comune di una superficie a pelo libero, verso l'alto, pari al peso di fluido spostato. Questo principio trova la sua applicazione più importante nello studio dell'equilibrio dei galleggianti; su esso si basa anche il principio di funzionamento della cosiddetta bilancia di Archimede, detta più comunemente bilancia idrostatica, usata per la misura della densità di un corpo.



2.4 Principio di Pascal

Cenni Storici:

Blaise Pascal, filosofo, scienziato e scrittore francese (Clermont, Auvergne, 1623-Parigi 1662).

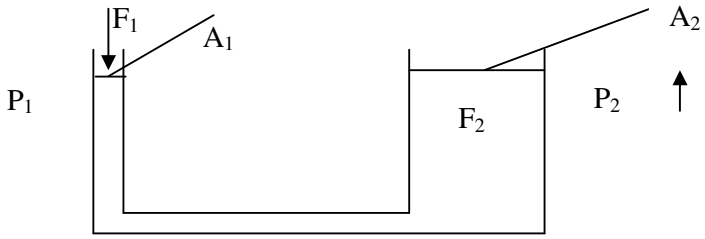
Blaise si dimostrò così precoce nello studio della fisica e dalla matematica da essere ammesso alle riunioni scientifiche organizzate da padre Mersenne che era in corrispondenza coi più grandi ricercatori del tempo: da Galilei a Torricelli, da Fermat a Descartes. Appena sedicenne, pubblicò il suo primo scritto scientifico, un Saggio sulle coniche, che comprendeva tra l'altro il teorema concernente l'esagono iscritto in una conica qualsiasi (teorema di Pascal).

Dopo la morte del padre (1651) e l'entrata della sorella Jacqueline nel convento di Port-Royal (1652), Pascal si impegnò con ancor più dedizione nella ricerca scientifica.

Fra il 1651 e il 1654 scrisse l'Equilibrio dei liquidi e la Pesantezza della massa d'aria (pubblicati postumi nel 1663), due lavori nei quali era esposto il fondamentale principio di idrostatica secondo cui i fluidi trasmettono immutate, in tutte le direzioni, le pressioni su di essi esercitate (principio di Pascal).

Principio:
Una conseguenza diretta dell' equazione fondamentale della statica dei fluidi è che "una variazione di pressione prodotta in un fluido si trasmette in esso (istantaneamente se la comprimibilità è nulla) e produce una identica variazione di pressione ad un qualunque livello nel fluido nella nuova condizione di equilibrio".
È questo il principio su cui si basa la trasmissione idraulica delle forze. A questo proposito bisogna osservare che mentre la variazione di pressione si trasmette inalterata, non è così per la forza che la produce.
Consideriamo, per esempio un condotto a sezione variabile che contiene un liquido incomprimibile fermo, delimitato all' inizio e alla fine del condotto da due pistoni scorrevoli privi di forze di attrito.
L'applicazione di una forza sulla sezione A modifica la pressione del fluido e produce una variazione di pressione $\Delta P = \frac{F}{A}$ che si trasmette senza variazioni lungo la condotta in ogni punto del fluido e quindi anche sulla sezione finale A_2 del secondo pistone mobile.
Nella nuova condizione di equilibrio su questo pistone agisce da parte del fluido una forza $F_2 = \Delta P A_2$.
Quindi la forza trasmessa col fluido attraverso la condotta è direttamente proporzionale alla sezione secondo la relazione:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

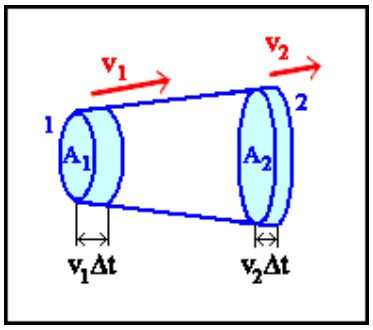


3.0 Fluidodinamica

La fluidodinamica e le sue discipline derivate (come ad esempio, aerodinamica, idrodinamica, idraulica) hanno una grande varietà di campi di applicazione. Può ad esempio essere usata per il calcolo di forze e momenti di superfici tridimensionali esposte all'azione dei fluidi in movimento (ad esempio lo studio di profili alari in campo aeronautico, automobilistico e nautico), oltre che per studi a livello ambientale, come la diffusione di sostanze inquinanti o meteorologia. Lo studio della fluidodinamica può essere applicata a tutte le problematiche di moti in condotti, di notevole interesse nel campo dell'ingegneria petrolchimica e nello studio dei motori . Esistono anche applicazioni in campi apparentemente 'distanti' come, ad esempio, lo studio delle correnti di traffico o delle vie di fuga.

3.1 L'equazione di continuità

L' equazione di continuità traduce il principio fisico di conservazione della massa (ed anche del volume, posta la condizione di incomprimibilità) applicato ad un fluido che percorre il suo cammino all'interno di un condotto a sezione variabile.



Questo concetto esprime essenzialmente che la massa di fluido perfetto in moto stazionario che entra in un condotto di sezione d'entrata A_1 in un tempo Δt deve essere uguale alla massa di fluido che fuoriesce dallo stesso condotto con una sezione d'uscita diversa A_2 nello stesso intervallo di tempo Δt (portata Q costante) secondo l'equazione:

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

Essa esprime la proporzionalità inversa in una qualunque sezione di condotto tra la velocità e l' area della sezione, ed è anche nota come la "legge di Leonardo".

Nel caso in cui in 1 la densità del fluido è ρ_1 e in 2 la densità è ρ_2**,** la relazione può essere generalizzata nella forma:

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2$$

3.2 Il teorema di Bernoulli

Nota storica:

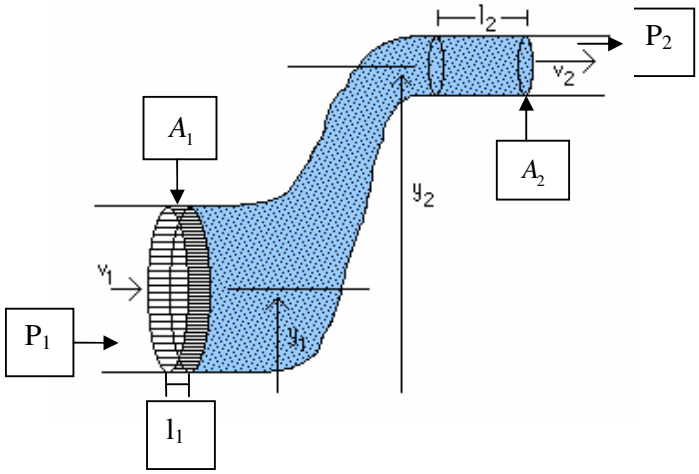
Il nome di Daniel Bernoulli rimane essenzialmente legato agli studi di idrodinamica, alla cui base è il teorema sulla conservazione dell'energia nel moto dei fluidi, citato nell'opera "Hydrodynamica, sive de viribus et motibus fluidorum commentarii"(1738; Idrodinamica, ovvero commentari intorno alle forze e ai moti dei fluidi).

Enunciato da D. Bernoulli per i liquidi ideali in moto stazionario irrotazionale (in cui la velocità in ogni punto del fluido non cambia con il tempo, né di intensità, né di direzione),il teorema di Bernoulli rappresenta una diretta conseguenza della legge di conservazione dell'energia meccanica. Il teorema esprime sostanzialmente che se si considera un tubo di flusso (materializzabile con una condotta senza attrito), in ogni punto di esso per una particella del liquido è costante la somma delle energie cinetica, potenziale e di pressione, in formula:

$$p + \rho g y_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = p + \rho g y_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

Quindi: $p + \rho g y + \tfrac{1}{2}\rho v^2 = k$[costante]

Dove **p** [Pa] è la pressione "normale"(atmosferica nel caso dell'aria) che agisce perpendicolarmente a tutte le superfici a contatto con il fluido, ρ [Kg/m^3] è la densità del fluido, **g** [9.81 m/s^2] è la costante di accelerazione terrestre, h [m] è la quota in cui si trova il fluido, e **v** [m/s] è la velocità del fluido.
Le sue applicazioni in idraulica e in aerodinamica sono molte e importanti, per cui può essere considerato come il teorema fondamentale della meccanica dei fluidi.



3.2.1 Dimostrazione

Come abbiamo detto in precedenza, parlando dell'equazione della continuità, se un volume $V = A_1.l_1$ di fluido attraversa la sezione S_1, e se non ci sono né apporti, né perdite di fluido, uno stesso volume deve fluire per S_2, compiendo così un lavoro L, ovvero:

$S_1l_1=V$ $\quad F = P_1.S_1$

$$L = F.\Delta x = \overbrace{F}.l_1 = P_1.S_1.l_1 = P_1.\Delta V$$

Nello stesso tempo il fluido compreso tra A_1 e A_2 spinge una parte di fluido attraverso la sezione A_2 e compie anch'esso un lavoro pari a:

$$L = P_2.V$$

Il lavoro complessivo compiuto sul fluido preso in considerazione è espresso con la seguente equazione:

$$L_{tot} = P_1.V - P_2.V = (P_1 - P_2)V$$

Questo lavoro dovrà per forza trasformarsi in energia cinetica e potenziale del fluido perché, come detto nell'ipotesi, nel sistema non si considera l'azione dell'attrito viscoso.
L'aumento d'energia cinetica del volume V passato da S_1 a S_2 è:

$$\Delta E_{cin} = \frac{1}{2}\overbrace{\rho.V}^{\rho.V=m}.(v_2^2 - v_1^2)$$

mentre l'aumento di energia potenziale, date le altezze y_1, y_2 delle sezioni A_1 e A_2 rispetto ad un sistema di riferimento arbitrario, è:

$$\Delta E_{pot} = \overbrace{\rho.V}^{\rho.V=m}.g.(y_2 - y_1)$$

Il lavoro deve essere necessariamente uguale all'aumento totale dell'energia nel sistema, quindi:

$$L_{tot} = \Delta E_{cin} + \Delta E_{pot} \Leftrightarrow (P_1 - P_2)V = \frac{1}{2}\rho.V.(v_2^2 - v_1^2) + \rho.V.g.(y_2 - y_1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P_1.V - P_2.V = \frac{1}{2}\rho.V.v_2^2 - \frac{1}{2}\rho.V.v_1^2 + \rho.V.g.y_2 - \rho.V.g.y_1$$

$$\Leftrightarrow P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho.v_2^2 - \frac{1}{2}\rho.v_1^2 + \rho.g.y_2 - \rho.g.y_1$$

$$\Leftrightarrow P_1 + \frac{1}{2}\rho.v_1^2 + \rho.g.y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho.v_2^2 + \rho.g.y_2$$

$$\Leftrightarrow [y_1 = h_1; y_2 = h_2]P_1 + \frac{1}{2}\rho.v_1^2 + \rho.g.h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho.v_2^2 + \rho.g.h_2$$ (equazione di Bernoulli)

Con questo ultimo passaggio si è finalmente ricavata l'equazione di Bernoulli, ovvero la legge della conservazione dell' energia applicata a un fluido ideale in movimento.
Poiché le due sezioni iniziali sono state prese in maniera casuale, si potrebbe ripetere l'intero procedimento prendendo altre coppie di sezioni arbitrarie e concludere che:

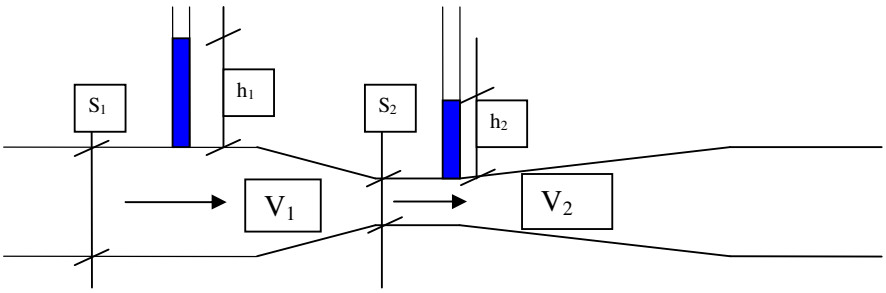
$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = k$ dove k è una costante.

Dall'equazione ottenuta, si può osservare che non è nient'altro che la somma della pressione statica $P + \rho g h$, ovvero la pressione che è sempre presente, anche se non vi è moto, e la pressione dinamica $\frac{1}{2}\rho.v^2$, che invece varia con la velocità.

3.3 Applicazioni del teorema di Bernoulli

3.3.1 Tubo di Venturi

Giovanni Battista Venturi fu fisico, ingegnere e storico della scienza. Discepolo di L. Spallanzani, fu ordinato sacerdote nel 1769 e nello stesso anno chiamato ad insegnare logica nel seminario di Reggio Emilia. Nel 1774 passò alla cattedra di geometria e filosofia nell'Università di Modena e dal 1776 ebbe l'insegnamento di fisica. Iniziò la sua attività scientifica con estese analisi critiche di opere di scienziati del tempo e con saggi di matematica, di meccanica, di meteorologia elettrica, di ottica, di acustica. Esso trovò la prima applicazione pratica al teorema di Bernoulli e costruì un tubo in grado di misurare la velocità di scorrimento di un fluido, sfruttando proprio i rapporti tra pressione statica e velocità. Essendo un metodo di misura fluidodinamica può essere usato sia per sostanze liquide che per sostanze aeriformi. Il suo migliore utilizzo avviene in campo idraulico. Questo metodo di misurazione fluidodinamica è ideale per misurazioni continue di valore di portata nel condotto.



La portata Q di un tubo misurata con un venturimetro vale:

$Q = S_1 V_1 = S_2 V_2$

Applicando il teorema di Bernoulli si ottiene:

$h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = h_2 + \frac{V_2^2}{2g}$

Da cui:

$$Q = \frac{S_1 S_2}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

Con S_1 e S_2 rispettivamente la superficie delle sezioni prima del restringimento e quella del punto più stretto, h_1 e h_2 le quote piezometriche della colonna di fluido prima del restringimento e nello stesso e V_1 e V_2 rispettivamente le velocità prima del restringimento e dopo il restringimento.

Nota: (h_1-h_2) è sempre positivo, quindi $h_2 \leq h_1$ ($h_{1,2}$ variano linearmente rispetto alla pressione statica del fluido nella condotta) si deduce che nel restringimento vi è una depressione, difatti per l' equazione di Bernoulli più il flusso è veloce (pressione dinamica maggiore), più la pressione statica diminuisce visto che la somma delle due pressioni deve essere costante.

3.3.2 Tubo di Pitot

Il tubo di Pitot deriva da nome del suo scopritore Henri Pitot, un ingegnere idraulico francese del XVIII secolo. Grazie alla sua invenzione, è possibile avere la velocità dell'aria (ossia la vena fluida) con estrema precisione.

Il tubo di Pitot è costituito da un corpo affusolato avente, sulla parte centrale della superficie rivolta verso la direzione del flusso, un foro in corrispondenza alla linea di ristagno del flusso (presa dinamica), e sui lati in cui il flusso percorre una traiettoria rettilinea un foro con l'asse perpendicolare alla direzione del flusso (presa statica).

Questo dispositivo è molto usato nel campo dell'aeronautica per misurare la velocità relativa all'aria dei velivoli.

Nominiamo le due prese a rispettivamente a', e le relative pressioni associate p_a rispettivamente $p_{a'}$.

Applicando il teorema di bernoulli a questa situazione si ottiene: $p_{a'} + \frac{1}{2}\rho_{liq} v^2 = p_a$

(con $p_a \geq p_{a'}$)

Collegando le due prese con un tubo a U contenente una certa quantità di liquido si noterà che il liquido non sarà in una posizione di equilibrio in cui il pelo libero del liquido non sarà alla stessa quota da entrambe le parti del tubo.

la differenza di quota (Δh)dei due peli liberi dello stesso liquido sta a dimostrare che esiste una differenza di pressione($p_a - p_{a'}$) tra una presa e l'altra.

Se si applica la legge di Sstevino sulla statica dei fluidi al liquido nel tubo otteniamo:

$$p_a - p_{a'} = \rho g \Delta h$$

mettendo la velocità del fluido (aria) in funzione del dislivello tra i due peli liberi del fluido nel tubo (facilmente visibili), si ottiene:

$$v = \sqrt{2\frac{\rho_{liq}}{\rho_{aria}} g \Delta h}$$

Questa relazione permette la lettura della velocità dell' aria (e quindi la velocità relativa all' aria di un velivolo) guardando semplicemente il pelo libero del liquido all' interno di un tubo a U trasparente.

3.3.3 Effetto suolo

L'"effetto suolo", espressione ricorrente nei discorsi d'aerodinamica applicata alla formula 1, non è altro che l'effetto venturi. L' aria è incanalata tra il suolo e la monoposto, diminuendo quindi la sezione e aumentando la velocità del flusso al di sotto della vettura e creando così una depressione che si traduce a sua volta una forza ($P = \frac{F}{S} \Leftrightarrow F = PS$)diretta verso il basso (deportanza).

Questo fenomeno è molto importante per la progettazione delle vetture, poiché permette una migliore aderenza al suolo (attrito dinamico), e quindi permette di far fronte a delle maggiori accelerazioni laterali in curva.

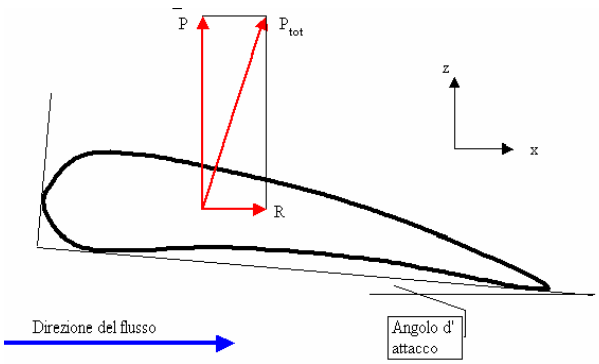
Spiegazione del fenomeno:

Dato che la forza d'attrito è il prodotto della forza normale per un coefficiente d'attrito, e la forza di deportanza si può considerare quasi sempre collineare a quella di gravità(quindi le due forze possono sommarsi numericamente), con l' effetto venturi si può aumentare l'attrito senza bisogno di aumentare il peso (che sarebbe controproducente), poiché se F_d e F_g sono rispettivamente la forza di deportanza e quella di gravità si ottiene: $F_a = \mu(F_g + F_d)$ [F_a:Forza d'attrito;μ coefficiente d'attrito].

Da questa equazione si può facilmente dedurre l'effetto della deportanza sulla forza d' attrito.

3.3.4 Portanza

La portanza, cioè la forza sviluppata da un fluido in moto, su un'ala o una superficie analoga, è direttamente proporzionale all'area della superficie alare e proporzionale al quadrato della velocità relativa della corrente d'aria. Inoltre, per angolazioni comprese generalmente tra più e meno 14°, essa è approssimativamente proporzionale all'inclinazione, o angolo d'attacco, della superficie aerodinamica rispetto al flusso d'aria; per angoli d'attacco più elevati, le caratteristiche del flusso mutano rapidamente: lo strato limite si stacca dalla superficie superiore dell'ala e la portanza cala drasticamente, dando luogo a una situazione detta di "stallo".



Applicando il principio di Bernoulli si può comprendere lo sviluppo della portanza sul profilo alare di un velivolo in volo.

Un'ala, o una superficie portante in generale, è progettata in modo che la sua geometria modifichi le velocità locali della corrente d'aria che la investono.

La corrente d'aria che investe il profilo, si divide in due all'altezza del bordo d'entrata e scorre sulla superficie del dorso e del ventre a velocità differenti, data l'asimmetria della superficie portante.

Infatti la curvatura del profilo alare nella parte superiore fa in modo che le particelle che scorrono sul dorso siano costrette a scorrere più velocemente sulla superficie superiore (dorso) che su quella inferiore (ventre).

Dall'asimmetria del campo di velocità (e della pressione dinamica), deriva un'asimmetria del campo di pressione statica responsabile dell'azione sostentatrice, dato che ad un aumento di velocità del flusso corrisponde una minor pressione statica, secondo il principio di Bernoulli che dice che le la somma della pressione dinamica e quella statica deve essere sempre costante.

La conseguente differenza di pressione statica(perpendicolare alla superficie portante) tra la faccia superiore e quella inferiore dà luogo a una forza di portanza (nel caso in cui l'angolo di incidenza sia 0°), mentre se l' ala ha un angolo di incidenza si crea una forza di portanza totale P_{tot} composta da due forze, una orizzontale(resistenza) e una verticale(portanza).

L' equazione che quantifica la portanza è:

$$P = \frac{1}{2}\rho v^2 s c_p$$

Dove: c_p è il coefficiente di portanza che varia con l' angolo di incidenza (o di attacco) e con il numero di Reynolds.

3.3.5 Resistenza aerodinamica

Nel volo, i fattori che contribuiscono alla portanza generano anche forze non desiderate, definite nel loro complesso resistenza aerodinamica, che tendono a frenare il moto del velivolo attraverso l'aria.

3.3.5.1 La resistenza di forma

Una parte della resistenza aerodinamica è dovuta alle forze di attrito esercitate dall'aria sugli oggetti che si muovono al suo interno. Tale resistenza è detta "resistenza di forma" è può essere ridotta affusolando l'aereo o assottigliando i profili. Questo tipo di resistenza deriva dal terzo principio della meccanica siccome non è nient'altro che la forza di reazione esercitata dal fluido sul corpo immerso in esso: infatti un corpo, muovendosi in un fluido, esercita una forza per spostare il fluido. In base al terzo principio della dinamica, il quale dice che ad ogni azione (forza) corrisponde un'altra forza (reazione) di intensità e direzione opposta alla prima, il fluido, o meglio le particelle di cui è composto creano sul corpo una forza opposta al suo moto, pari a quella che il corpo ha esercitato sulle particelle.

3.3.5.2 La resistenza d'attrito

La resistenza detta di attrito, non è altro che la resistenza creata dallo strato limite, che avendo un alto gradiente di velocità vicino al corpo necessita appunto di una forza capace di decelerare il fluido in prossimità della superficie ($a = \frac{F}{m}$).Questa resistenza dipende quindi dalle proprietà della superficie come la rugosità, e quindi dallo spessore dello strato limite.

Alcuni aerei sono dotati di congegni per ridurre la resistenza d'attrito mantenendo il flusso d'aria laminare sulle superfici e riducendo così la formazione di vortici dati dalla turbolenza.

3.3.5.3 La resistenza indotta

Un altro tipo di resistenza, chiamata resistenza indotta, è dovuta direttamente alla portanza prodotta dall'ala. Per produrre portanza, infatti, si deve compiere un lavoro e la resistenza indotta ne fornisce la misura.

La dissipazione di energia si manifesta sotto forma di turbini o vortici che si formano lungo il bordo d'uscita, in particolare verso le estremità delle ali.

3.3.5.4 Il rapporto portanza-resistenza

Gli ingegneri aeronautici progettano macchine caratterizzate dal più alto rapporto possibile portanza-resistenza. Questo rapporto è comunque limitato da fattori come la velocità e il peso sopportabili dal velivolo.
Per esempio:un aereo da trasporto subsonico può avere rapporto portanza-resistenza attorno a 20, mentre quello di un aliante ad alte prestazioni può raggiungere un valore doppio. Per contro, la maggior resistenza che si genera quando un aereo vola a velocità supersoniche riduce il rapporto portanza-resistenza a meno di 10.
L' equazione che quantifica la resistenza è:

$$P = \frac{1}{2}\rho v^2 s c_r$$

Dove: c_r è il coefficiente di resistenza, che è proporzionale all' angolo di attacco e alle proprietà della superficie portante (sviluppo planare, rapporto di allungamento, rapporto di rastrematura, svergolamento,distribuzione della convessità ecc.).Il suo valore dipenderà dai coefficienti di portanza locale per ogni sezione della superficie (nel caso di superficie a sviluppo planare ellittico il coefficiente di portanza locale è uniforme lungo tutta la superficie, quindi il coefficiente di resistenza locale è altrettanto costante lungo la superficie).Per profili alari o altre superfici portanti con altri sviluppi planari non si può applicare questa semplice uguaglianza, dato che il coefficiente di portanza locale varia con l'angolo di incidenza locale effettivo, dalla convessità di ogni sezione e anche da altri fattori.
Il rapporto portanza-resistenza può venire quindi espresso con:

$$\frac{P}{R} = \frac{\frac{1}{2}\rho v^2 s c_p}{\frac{1}{2}\rho v^2 s c_r} = \frac{c_p}{c_r}$$

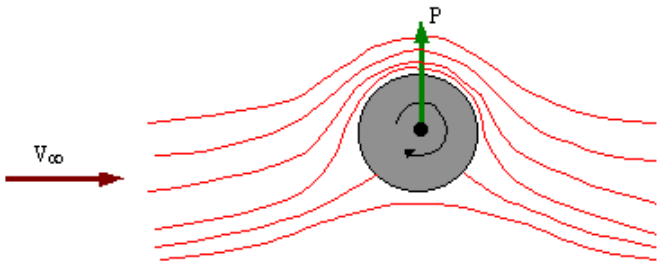
3.3.6 L'effetto Magnus

Heinrich Gustav Magnus (1802-70) era un chimico e fisico tedesco che evidenziò il fenomeno aerodinamico che permette di ottenere una portanza da un cilindro o da una sfera (Effetto Robins) investiti da una corrente. Questi solidi, per il fatto d'essere simmetrici, non dovrebbero dare e non danno generalmente portanza: essi la danno tuttavia se si mettono in rotazione attorno a un asse normale alla direzione della corrente dalla quale sono investiti. Nel caso di un cilindro rotante il fluido è rallentato dalla parte dove il cilindro avanza controcorrente e quindi la pressione aumenta. Esso però è contemporaneamente accelerato dall'altra parte, dove cilindro e corrente va nello stesso senso e dove, di conseguenza, la pressione diminuisce (la velocità del flusso è sommata vettorialmente a quella tangenziale del cilindro).
Da questa variazione di pressione sulle due metà di cilindro ne deriva, applicando l'equazione di Bernoulli (vedi punto 3.2) una forza di portanza ortogonale alla direzione del flusso.
La forza di portanza varia in funzione della velocità angolare ω del cilindro, del raggio r, della lunghezza l, della densità ρ del fluido, e della velocità all'infinito del flusso V_∞.
L'intensità di tale forza fu descritta matematicamente da M. W. Kutta (nel 1902) e N. E. Joukowsky (nel 1905) grazie alla teoria circolatoria della portanza, descritta dal teorema che avrebbe portato il loro nome.

$$P = 2\pi\omega r^2 \rho l v_\infty$$ [Equazione di Kutta - Joukowsky]

In generale: $P = -v_\infty \rho l \oint \vec{v} d\vec{s}$

Dove il fattore ωr è la velocità tangenziale del cilindro, l è la lunghezza del cilindro e v_∞ è la velocità "all'infinito" del fluido.



Nell'immagine sono rappresentate in rosso le linee di flusso e i punti di ristagno di un cilindro in rotazione immerso in un fluido in moto laminare uniforme irrotazionale.
La linearità di questa relazione non è più valida per i fluidi reali.
Applicazioni:
L' applicazione più nota dell'effetto Magnus è quella del rotore Flettner montato su speciali imbarcazioni. Esso è costituito da un cilindro ad asse verticale che porta sulla sua periferia delle pale disposte nel senso delle generatrici. Le pale hanno forma diversa secondo i tipi e possono essere fisse o mobili e sono montate in modo da ricevere l'azione del vento con la massima portanza soltanto su una metà del cilindro tamburo. In tal modo si crea un momento angolare che fa ruotare il cilindro intorno al proprio asse verticale. Per sfruttare meglio la corrente aerea, si è in qualche caso coperta una metà del rotore con un involucro cilindrico mobile e orientabile.
La funzione di questo rotore verticale consisteva nello sfruttare la portanza data dall'effetto Magnus anziché quella fornita dalle vele convenzionali come forza propulsiva. Questo tipo di soluzione non ha trovato una notevole espansione,nonostante il vantaggio di offrire delle vaste superfici attive e di raccogliere quindi notevoli quantità di energia.

3.4 Lo strato limite

Note storiche:
La complessità del comportamento dei fluidi viscosi, rappresentò un serio ostacolo agli ulteriori progressi della fluidodinamica. Nel 1904 l'ingegnere tedesco Ludwig Prandtl riconobbe che, in un gran numero di casi, è possibile e conveniente suddividere un fluido in moto in due regioni distinte. Una regione prossima alla superficie del condotto, chiamato strato limite in cui sono concentrati gli effetti della viscosità, e una regione al di fuori dello strato limite, dove gli effetti della viscosità si possono trascurare.
Lo sviluppo delle più moderne applicazioni ingenieristiche nel campo della fluidodinamica, quali le ali dei velivoli, le turbine a gas e i compressori lo devono principalmente proprio alla teoria dello strato limite. Essa infatti non solo rese possibile una riformulazione semplificata delle equazioni principali della dinamica dei fluidi nella regione prossima alla superficie di un corpo immerso in un fluido in moto, ma portò anche a ulteriori sviluppi della teoria dei fluidi ideali, nelle applicazioni riguardanti la regione esterna allo strato limite. Gran parte delle conquiste della meccanica dei fluidi che seguirono l'introduzione del concetto di strato limite si devono all'ingegnere aeronautico ungherese Theodore von Kármán(1881 Budapest – 1963 Aachen), al matematico tedesco Richard von Mises (1883 Lemberg (adesso Lvov,Ucraina) - 1953 Boston) e al fisico e meteorologo britannico Geoffrey Ingram Taylor (1886 Londra - 1975 Cambridge).

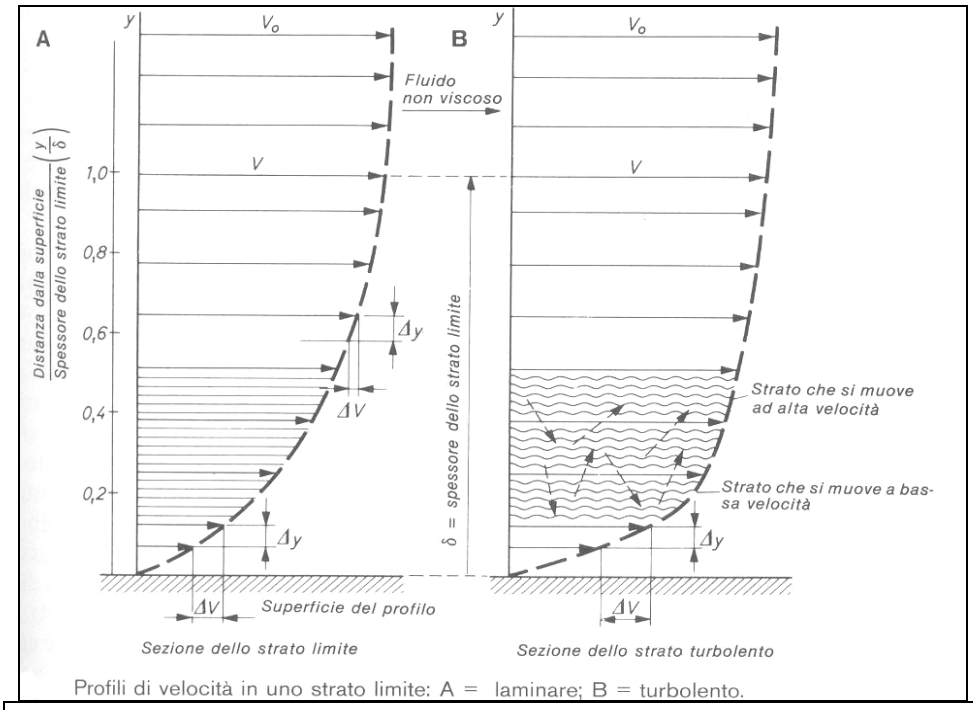


Immagine: Strato limite laminare, turbolento e le loro principali caratteristiche

Lo strato limite è una regione in cui il fluido a contatto con una superficie è rallentato, la velocità massima del fluido si trova sullo strato più esterno, mentre la velocità minima (fluido fermo) si trova a contatto della superficie del corpo. Lo spessore dello strato limite è indicato con la lettera greca: δ, La distanza unitaria tra due strati di fluido di area unitaria è espressa con: Δy,la differenza di velocità tra uno strato e l'altro di fluido è espressa con: Δv. All' interno di questo strato si trova quindi un alto gradiente di velocità normale alla direzione del flusso, che si può calcolare dividendo Δv con Δy: grad v = Δv/Δy. L' attrito superficiale si sviluppa all'interno di questo strato di fluido molto sottile a contatto con la superficie del corpo attraverso la successione di pellicole superficiali di fluido, e in seguito trasmesso sotto forma di forza d'attrito viscoso che agisce parallelamente alla superficie del corpo ma in direzione opposta a quella del moto del corpo. Il grado di attrito viscoso, differente per ogni fluido, è dato dal proprio coefficiente di viscosità μ. La forza di attrito che agisce su uno dei due strati adiacenti che si muovono produce una forza di taglio tra i due strati che dipende sia dalla viscosità che dal gradiente di velocità all' interno dello strato superficiale di fluido (quindi alla velocità del flusso), questa forza di taglio può allora essere espressa con l' equazione: $\tau_x = \mu \frac{\partial v}{\partial x}$, generalizzando nelle tre dimensioni: $\tau = \mu \nabla v$

dove μ è il coefficiente di viscosità.

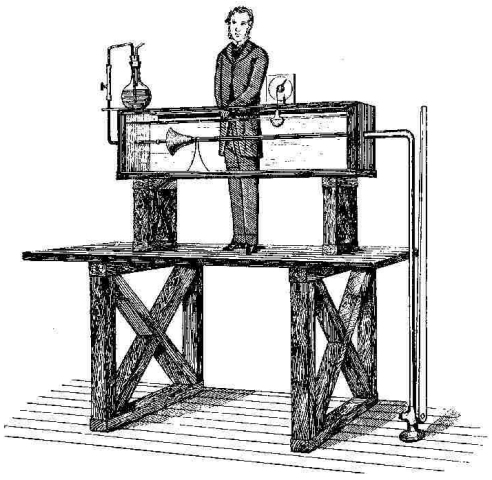
Ludwig Prandtl intuì che nelle correnti ad elevato numero di Reynolds, e quindi nei flussi ad alta velocità (visto che il numero di Reynolds ne è direttamente proporzionale)(vedi punto seguente) ,quali sono spesso quelle d'interesse aeronautico, la vorticità può essere confinata nello strato limite, il cui spessore δ, misurato in direzione ortogonale alle linee di flusso, è piccolo rispetto alla dimensione L (lunghezza della superficie a contatto col fluido).

E tenendo conto di questo, è possibile, innanzitutto, trattare gran parte della corrente con il modello dei fluidi ideali (v. introduzione) e con il teorema di Bernoulli

(altrimenti del tutto inutilizzabile, tenuto conto della viscosità dei fluidi reali) e tenere conto della vorticità, e della conseguente azione degli sforzi viscosi, soltanto in regioni di spessore molto limitato, generalmente adiacente a superfici solide, in corrispondenza delle quali, com'è noto, la condizione d'aderenza non rende possibile un moto irrotazionale.
Prandtl disse in sostanza che, se è verificata la condizione:
$\delta << L$
è possibile semplificare notevolmente il sistema di equazioni differenziali che definisce il principio di conservazione della massa ed il teorema della quantità di moto per i fluidi viscosi, suddividendo un fluido in moto in due regioni distinte, ossia lo strato limite e il resto del fluido al di fuori di questo strato che non risente degli effetti viscosi.
Esistono due tipi di strato limite, quello laminare e quello turbolento, la differenza tra queste due fasi dello strato limite sta nello spessore di questo ultimo. A causa delle proprietà viscose del fluido, il flusso laminare ha determinate caratteristiche di smorzamento, cioè si ristabilisce se è perturbato improvvisamente. Quindi, quando lo strato limite diventa più spesso, il flusso diventa instabile e, prima di diventare un flusso completamente turbolento, degenera in un flusso turbolento intermittente. La caratteristica del flusso all' interno dello strato limite cambia di conseguenza radicalmente. Le particelle di fluido non scorrono più parallelamente (moto uniforme irrotazionale), ma iniziano a oscillare in un piano perpendicolare a quello della direzione del flusso (moto non uniforme rotazionale).
La transizione dal flusso laminare al flusso turbolento che inizia a una certa velocità critica del flusso, o numero di Reynolds (v. punto seguente), può essere attribuita all' improvviso manifestarsi di piccoli vortici all' interno dello strato limite indotto da onde instabili nello strato superficiale e che aumentano in ampiezza viaggiando nella corrente del flusso.

3.5 Il numero di Reynolds

Osborne Reynolds (1842-1912), nacque da un'antica famiglia di ecclesiastici e conseguì, nel 1867, la laurea in ingegneria a Cambridge. Le sue ricerche, pur rivolte a tutti i campi della fisica, raggiunsero risultati notevoli nell'idraulica: il suo nome rimane infatti legato specialmente alle ricerche sul moto dei fluidi.



Fin dalla prima metà del XIX secolo i cultori di idrodinamica impostavano le loro teorie supponendo l'acqua un fluido perfetto (ideale). I risultati teorici erano validi per i liquidi reali soltanto per approssimazione, da cui la necessità di introdurre nelle formule dei coefficienti di correzione.
Si capì solo nel 1844 che il moto di un fluido viscoso in uno stesso condotto può avere due regimi diversi: il regime laminare o di Poiseuille (in onore del fisico francese J. Poiseuille), nel quale gli strati fluidi cilindrici coassiali hanno velocità crescente da zero per lo strato aderente (v. punto 3.4) alle pareti del tubo al massimo corrispondente all'asse, e dove le particelle di fluido scorrono secondo linee di corrente univocamente determinate dalla geometria del condotto e ortogonali in ogni punto agli elementi di

sezione considerati, e il regime turbolento, una situazione in cui gli strati fluidi acquistano velocità quasi uguale alla massima a breve distanza dalle pareti e inoltre si formano all' interno del fluido vortici visibili, dati dal fatto che le particelle di fluido non si muovono con moto rettilineo, ma la velocità ha anche una componente trasversale al condotto che varia di direzione e intensità nel tempo. Soltanto che fino ad allora, nessuno aveva ancora studiato se e in quali condizioni si può passare dal regime laminare al regime turbolento.
Reynolds si cimentò in esperimenti volti proprio a determinare quali fattori incidessero sul passaggio da un regime laminare a uno viscoso.
L' esperimento di Reynolds si basava nel far fluire attraverso una condotta di vetro trasparente dell'acqua e nel contempo far fuoriuscire un filamento d'inchiostro da un ugello allineato con l'asse della condotta.
Con piccole velocità di deflusso, il filetto d'inchiostro si stendeva lungo una retta lungo la condotta. Con un graduale aumento di velocità prima si attenuava la colorazione del filetto d'inchiostro, poi cominciavano a comparire nel liquido dei vortici visibili e ad una certa velocità critica il filetto colorato scompariva mescolandosi con il resto della massa liquida, la quale assumeva il moto turbolento.
Il numero di Reynolds è il rapporto tra le forze d'inerzia e quelle viscose(dovute all'attrito causato dallo sforzo necessario a "deformare" un dato volume di fluido), esso dipende dalla velocità del flusso, e assume valori sempre più grandi all'aumentare di questa velocità, per un dato valore di questo numero si assiste al passaggio dal regime laminare a quello turbolento.
I diversi fattori che caratterizzano il numero di Reynolds cambiano a dipendenza della situazione nella quale viene utilizzato(condotte,superfici portanti ecc.).
Per esempio, per il moto di un fluido attraverso una condotta circolare di diametro d, il numero di Reynolds vale:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v d}{\eta}$$

Ove ρ [kg/m^3] è la densità del fluido, v è la velocità, d il diametro della sezione della condotta, η [Pa·s] è la viscosità del fluido, e g è la costante gravitazionale terrestre.
In questo caso il valore critico del numero di Reynolds per il quale si ha un passaggio da un regime laminare ad uno turbolento, vale all'incirca 2032, quindi le forze inerziali prevalgono su quelle viscose.
Quindi la velocità critica di un fluido per il passaggio da regime laminare a regime turbolento all' interno di una condotta cilindrica di diametro d è:

$$v_{cr} = 2032\frac{\eta}{d\rho}$$

Nel caso di un'ala (superficie portante) di corda L invece il numero di Reynolds vale:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v l}{\eta}$$

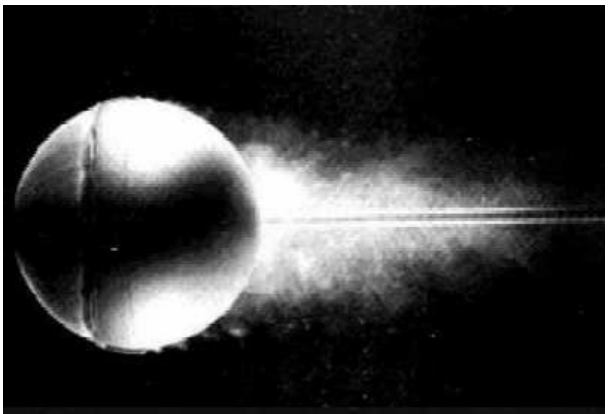
Nel caso di una sfera di raggio r il numero di Reynolds vale:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v r}{\eta}$$

Flusso laminare intorno a una superficie sferica :

$\mathrm{Re} \cong 10^2$

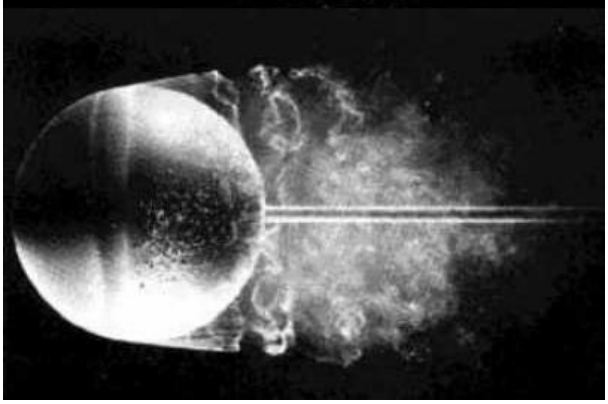
Il flusso è laminare sia prima che dopo la sfera, l' accumulo di fumo in una zona confinata dietro la sfera è data da una zona si ristagno dove l' aria è quasi ferma, l'aria che arriva "scivola" sopra questa zona come se fosse un prolungamento della superficie mantenendosi così in regime laminare.



Flusso turbolento intorno a una superficie sferica :

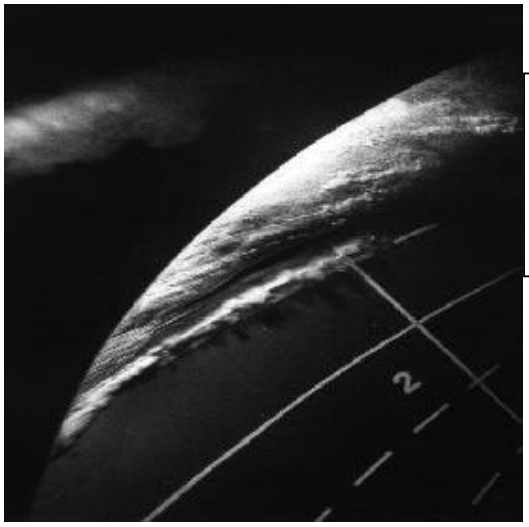
$\mathrm{Re} \geq 10^3$

Il flusso è laminare solo sino a un punto della sfera in cui le forze inerziali fanno si che lo strato limite si distacchi dalla superfice dando via a un moto turbolento che si estende dietro la sfera con uno sviluppo conico.



3.6 La cavitazione

La cavitazione è un fenomeno estremamente articolato e complesso, che coinvolge due fasi dello stesso liquido aventi diverso comportamento termodinamico. Essa, inoltre, è fortemente influenzata dalla presenza di impurità microscopiche, contenute sia all'interno del fluido di lavoro che nelle superfici che delimitano il flusso.



Nell'immagine è ben visibile la formazione di uno strato di bolle di vapore sulla parte esterna della pala di un elica marina. Si tratta di un elica di prova in un tunnel di cavitazione montata su di un modello di petroliera

Il termine cavitazione fu introdotto da R.E. Froude per indicare il cambiamento di fase in un liquido dovuto ad una riduzione locale della pressione generata da azioni dinamiche. Da questo punto di vista la cavitazione è strettamente legata all'ebollizione, in cui il cambiamento di fase è invece dovuto ad un aumento di temperatura del liquido invece di una diminuzione della pressione. In entrambi i casi il cambiamento di fase avviene idealmente nello stesso modo, ossia quando la pressione di vapore del liquido è maggiore della pressione statica.
Normalmente l'ebollizione si verifica in conseguenza di un aumento di temperatura generato da aggiunta di calore al flusso, mentre la cavitazione è il risultato di una caduta di pressione indotta da effetti dinamici in flussi relativamente veloci. Di conseguenza nessuno dei processi si verifica immediatamente appena le condizioni di saturazione siano state raggiunte. Affinché si verifichi ebollizione è necessario aumentare la temperatura al di sopra della temperatura di saturazione, mentre per l'insorgere di cavitazione bisogna portare la pressione al di sotto del valore di saturazione alla temperatura del fluido. Per indicare il livello di cavitazione raggiunto vengono utilizzati diversi parametri; qui si sceglie di lavorare con il numero di cavitazione σ, che adimensionalizza la differenza tra la pressione statica locale e la pressione di vapore,nel caso di superfici portanti è definito da:

$$\sigma = \frac{p - p_v}{\frac{1}{2}\rho v^2}$$

Dove p è la pressione atmosferica, p_v è la pressione di vapore, ρ è la densità del fluido e v è la velocità del fluido rispetto alla superficie portante.
Nel caso di eliche marine o turbine idrauliche il valore v è la velocità tangenziale delle pale, che si esprime con:

$$v_t = \omega r$$

Sostituendo nell' equazione precedente si ottiene l' equazione numero di cavitazione in funzione della velocità angolare ω dell' elica (o della turbina) e del relativo raggio:

$$\sigma = \frac{p - p_v}{\frac{1}{2}\rho(\omega r)^2} = \frac{p - p_v}{\frac{1}{2}\rho\omega^2 r^2}$$

Conoscendo: $C_{P\min}$, ossia coefficiente di pressione minimo (per cui ha l'innesco la cavitazione), vale:

$$C_{P\min} = \frac{P_{\min} - P_1}{\frac{1}{2}\rho(\omega r)^2}$$

Allora la pressione per cui si ha l' innesco della cavitazione P_1 si può ricavare ponendo la condizione:

$$P_{\min} = P_v$$

Di conseguenza si ottiene:

$$P_1 = P_v - \frac{1}{2}\rho C_{P\min}(\omega r)^2$$

Ed il valore σ_c per cui si ha l' innesco della cavitazione equivale a:

$$\sigma_c = \frac{P_1 - P_v}{\frac{1}{2}\rho(\omega r)^2}$$

Note:
La cavitazione può verificarsi anche nel caso di una forte depressione in una condotta in seguito a una chiusura istantanea e totale del condotto durante l' afflusso del fluido.
Questo fenomeno viene chiamato in ambito di idraulica "colpo d'ariete", esso è un fenomeno fisico (transitorio) caratterizzato da onde di pressione che si propagano lungo il condotto prima in un verso e poi nell'altro con un moto armonico smorzato.
Se il liquido fosse totalmente incomprimibile e la condotta fosse perfettamente rigida, nel caso di chiusura istantanea e completa si avrebbe un sovrappressione infinita. Poiché ogni liquido in realtà è comprimibile anche se minimamente, la cavitazione si può innestare nel caso in cui la depressione causata dalle onde di pressione risulta maggiore di P_1.

3.7 Onde gravitazionali di superficie

Le onde gravitazionali di superficie in un fluido sono una delle manifestazioni più visibili della dinamica di un fluido e quelle con cui qualsiasi persona a già avuto esperienza.

Il processo di formazione delle onde sulla superficie di un fluido è relativamente semplice da capire: una deformazione dello stato di equilibrio del fluido (ad esempio l' innalzamento locale di una porzione di superficie fluida), causerà un accelerazione locale della superficie del fluido verso il punto di equilibrio (data dalla forza di gravità), ma dato che la massa di fluido in movimento, all' altezza del punto di equilibrio possiede ancora un impulso continuerà la sua deformazione verso il basso, producendo così un oscillazione della superficie del fluido, che con il tempo si propagherà nel resto di fluido come traslazione uniforme di una variazione della condizione di equilibrio, si tratta di un onda gravitazionale di superficie.
Per la descrizione di questo fenomeno bisogna utilizzare la forma non statica delle equazioni che governano questo processo (per non far conto della stratificazione del fluido supponiamo che ρ è costante in tutto il volume di fluido):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Ne risulta un sistema di 4 equazioni (a 4 incognite) $u(x,y,z,t), v(x,y,z,t), w(x,y,z,t)$ e $p(x,y,z,t)$.

Dove u, v, w sono le tre componenti della velocità e p è la pressione.

Definiamo:

se $z = H$: $w = \frac{\partial a}{\partial t}$ e $p = p_a + \rho g a$

se $z = 0$: $w = 0$

Dove H è l' altezza della superficie quando il fluido è a riposo, e $a(x,y,z,t)$ è lo spostamento della superficie dovuta all' onda, cosicché l' altezza della cresta dell' onda si trova in $z = H + a$.

Prendendo λ come lunghezza d' onda e T come periodo,introduciamo per convenienza il numero d' onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ e la velocità angolare $\omega = \frac{2\pi}{T}$,

e cerchiamo di trovare una funzione d' onda del tipo:

$$u(x,y,z,t) = U(z)\cos(kx - \omega t)$$

$$v(x,y,z,t) = 0$$

$$w(x,y,z,t) = W(z)\sin(kx - \omega t)$$

$$p(x,y,z,t) = p_a + \rho g(H - z) + P(z)\cos(kx - \omega t)$$

$$a(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

Per semplificare l' analisi, non consideriamo variazioni nella seconda componente orizzontale (componente y) e qualsiasi velocità trasversali ($v(x,y,z,t) = 0$).

Dopo aver sostituito queste equazioni in quelle di governo e semplificato il tutto facendo trasparire i termini: k, u, w, p, a

Si ottiene:

$$k = \tanh(kH) = \frac{\omega^2}{g}$$

Il che impone una relazione tra ω e k:

$$\omega = \pm\sqrt{gk\tanh(kH)}$$

Inoltre, adesso, tutte le funzioni d' onda possono essere determinate in termini di spostamento massimo della superficie A:

$$u = \omega A\frac{\cosh(kz)}{\sinh(kH)}\cos(kx - \omega t)$$

$$w = \omega A\frac{\cosh(kz)}{\sinh(kH)}\sin(kx - \omega t)$$

$$p = p_a + \rho g(H - z) + \rho g A\frac{\cosh(kz)}{\sinh(kH)}\cos(kx - \omega t)$$

$$a = A\cos(kx - \omega t)$$

Considerato che tutte le variabili sono in funzione di $(kz-\omega t)=k(x-ct)$ dove c è definito da:

$c=\frac{\omega}{k}=\pm\sqrt{\frac{g}{k}\tanh(kH)}$.

Significa che una qualsiasi parte dell'onda (la cresta ad esempio) avanza nella direzione x a una velocità c in un tempo *t.* c è chiamata velocità di fase dell' onda, la duplicità del segno della radice significa che la velocità è la stessa per tutte e due le direzioni sull'asse x .

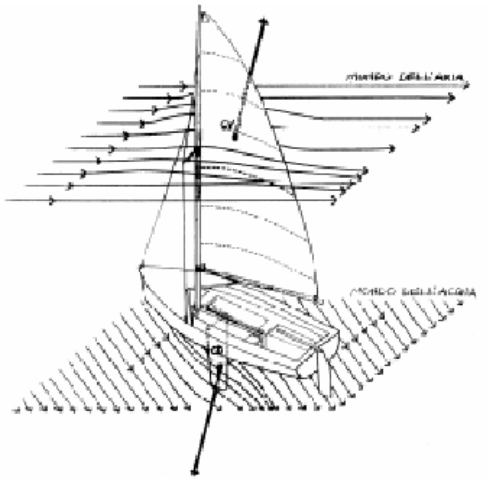
La velocità di fase, dipende comunque dalla propria lunghezza d'onda λ . L' equazione riscritta in funzione di λ

$c=\pm\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}\tanh(\frac{2\pi H}{\lambda})}$

Mette in evidenza che c aumenta con λ, quindi le onde lunghe si propagheranno più velocemente di quelle corte.

4.0 Applicazioni allo sport della vela

"Posso averlo fatto in un modo molto più complicato", disse la Regina Rossa, immensamente orgogliosa. LEWIS CARROL, *Attraverso lo specchio*



Un' imbarcazione a vela rappresenta una complessa macchina fluidodinamica capace di lavorare in armonia al confine tra due diversi mezzi fluidi: aria ed acqua. La continua ricerca di prestazioni sempre migliori nelle più svariate condizioni di mare e di vento può oggi fare affidamento anche su analisi di tipo CFD (fluidodinamica computazionale, vedi cap.6.0).
Molti principi della dinamica e della statica dei fluidi trattati in precedenza sono alla base della comprensione del moto di una barca a vela.
Un imbarcazione a vela si muove interagendo contemporaneamente con due sistemi fluidi e sfruttando fenomeni della meccanica dei fluidi legati ad essi. Quando si parla della fisica legata allo sport della vela si preferisce affrontare la descrizione del moto separando e isolando i due sistemi fluidi che interagiscono con essa per poi congiungerli una volta descritti i fenomeni legati a ognuno, ovvero suddividendoli in: "mondo dell'aria" e il "mondo dell' acqua".
Il primo è il sistema che interagisce sulla parte aerea dell' imbarcazione, quindi la porzione di scafo al di sopra della linea di galleggiamento (opera morta) e armo (albero, boma, vele e sartiame, nonché l' attrezzatura di coperta).
Il secondo "mondo" è il sistema che interagisce con la parte sommersa dello scafo (opera viva) e le sue appendici (timone/i, alettoni, deriva/i, bulbo, winglets, foils e altre appendici innovative come la hula).
È da notare il fatto che per semplificare le descrizioni e i calcoli legati ai fenomeni fluidodinamici legati al "mondo dell' aria", l' interazione dell' aria con il sartiame e l' attrezzatura di coperta viene trascurata.

4.1 Introduzione

La storia tecnica e dell'ingegneria testimonia l' irresistibile bisogno dell' umanità di aumentare la velocità di locomozione. Mezzi di locomozione sulla terra, sulla superficie e/o sull' acqua, nell' aria e, forse, attraverso il cosmo competono in uno sforzo sempre crescente verso velocità sempre più alte. Ovviamente esistono limitazioni per ogni tipo di locomozione, poiché a una certa velocità qualsiasi mezzo di locomozione diventa così inefficiente e antieconomico che è incapace di competere con altri tipi più adatti. Senza dubbio il fascino particolare e l' ebbrezza dell' alta velocità sotto vela, fu in passato e ancora oggi è una forte spinta emotiva che porta la creatività e l' immaginazione dell' uomo a ideare scafi sempre più veloci. Il progresso verso la velocità non è mai stato un processo continuo, ed è stato fortemente accelerato negli ultimi cento anni. Sino ad ora la maggior parte dei velisti sembra essere stata ispirata dal sogno di raggiungere la massima velocità possibile sotto vela, con la sola forza del vento. *La Transatlantic Single Handed race(Ostar)* e il *John Player World Sailing*

Speed record sono due esempi estremi dello spirito competitivo che domina il mondo della vela. Senza alcuna ragione immediatamente evidente, questo interesse per le alte velocità a vela ha portato a discutere nuovi concetti di "macchine a vela" ad alte prestazioni, a costruirle e infine a veleggiarle, quasi immaginabili mostri marini dalle mille appendici, vagamente rassomigliabili a ragni che si spostano con velocità impensabili sulla superficie dell' acqua, ideati e nati su tavoli da disegno dalla fantasia degli ingegneri navali.
Se ci riferiamo alla competitività e sul concetto di alta velocità sull' acqua delle diverse imbarcazioni a vela, si può suddividere i tipi di scafi a vela esistenti, o in progetto in cinque categorie:

1. Leggeri, a fondo piatto (derive).
2. Forme a dislocamento pesante (yacht convenzionali molto zavorrati).
3. Multiscafi (catamarani e trimarani).
4. Aliscafi a vela.
5. Altre macchine che usano una vela come propulsore (carri a vela su terra o ghiaccio, surf).

4.2 Nomenclatura della barca a vela

Cominciamo a descrivere sommariamente la nomenclatura di una deriva, nelle parti che sono comuni alla maggior parte di imbarcazioni a vela.

4.2.1 Scafo e appendici

Una qualsiasi barca ha uno scafo parzialmente immerso nell'acqua: questa è l'opera viva. La parte che sta invece fuori dall'acqua si chiama opera morta, come già detto in precedenza nel punto 4.0. La linea di galleggiamento separa l'opera viva dall'opera morta. Lo scafo sarà poi formato da una parte anteriore detta prora o prua e da una parte posteriore detta poppa. Questa quasi sempre termina con una tavola più o meno piatta, perpendicolare all'asse longitudinale della barca, detta specchio di poppa. Ai lati le fiancate, quella di sinistra e quella di dritta (di destra) definite guardando da poppa verso prora. Lo scafo avrà anche dei fori tappati che si possono aprire detti svuotatoi se sono sul fondo della barca, e ombrinali se sullo specchio di poppa, che servono a far defluire, quando la barca è in secco o in navigazione veloce (in questo caso l' acqua fuoriesce dagli svuotatoi poiché la pressione statica dell' acqua all' interno della barca è maggiore di quella che scorre sotto di essa, vedi equazione di Bernoulli, punto 3.2),
l'acqua entrata in navigazione per spruzzi, pioggia e infiltrazioni.

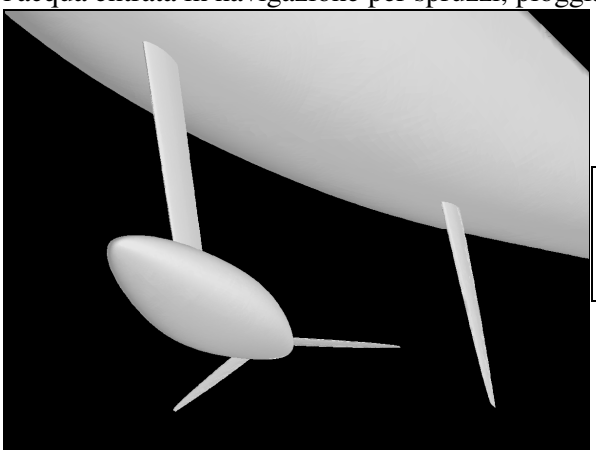


Immagine: Le superfici immerse di un' imbarcazione coppa america, sono visibili la deriva, il bulbo, la pala del timone e i winglets e l' opera morta dello scafo.

A poppa c'è anche il timone, una superficie portante simmetrica mobile che serve a mantenere o modificare la rotta (direzione della barca), cioè per governare, formato da pala (superficie immersa) e barra (parte rigida e diritta fissata alla pala del timone) e

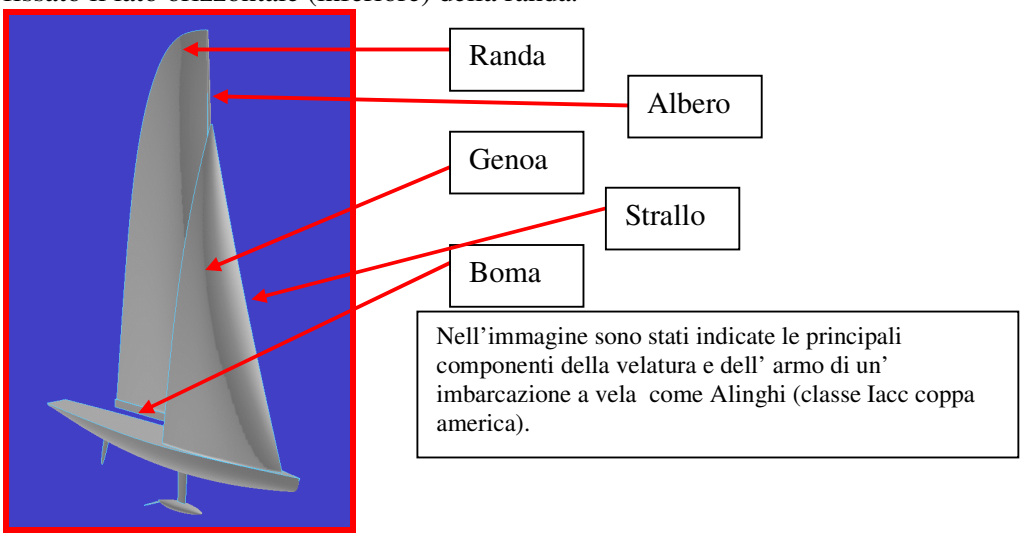
incernierato allo specchio di poppa (parte terminale dello scafo a poppavia solitamente perpendicolare alla superficie dell' acqua) con degli agugliotti (perni) inseriti nelle femminelle (fori). Circa a metà scafo, sull'asse longitudinale della barca, c'è la deriva (profilo portante simmetrico fisso o mobile sulla barca immerso nell' acqua, che si estende in profondità), alloggiata in apposito vano detto scassa della deriva. Se la deriva è mobile, potrà essere immersa nell'acqua o tirata su, con un sistema basculante (rotazione della pinna verso lo scafo) o a baionetta (spostamento verticale della pinna). Come vedremo, lo scopo della deriva è quello di diminuire lo spostamento in senso trasversale dell'imbarcazione (scarroccio).

4.2.2 L'armo

Per sfruttare il vento come mezzo propulsivo, la barca a vela possiede un'attrezzatura apposita (armo) costituito da un palo verticale detto albero, al quale è fissato un lato della vela (infieritura della vela), e la velatura. L' albero può essere di metallo o di materiali compositi come la fibra di carbonio intrecciata o monodirezionale, e avere una sezione orizzontale che va dal cilindro, all' ellisse fino a quella di una superficie alare simmetrica, e può essere rotante o meno, a dipendenza dell' uso dell' imbarcazione. L'albero è appoggiato sul fondo in un apposito alloggiamento detto scassa dell'albero (fissa o mobile longitudinalmente), ed è tenuto in piedi da cavi d'acciaio (sartiame) o, nelle imbarcazioni più moderne, di fibre arammidiche prestirate : le sartie sui due lati e lo strallo a prora (nelle imbarcazioni stazzanti si ha un terzo cavo che permette all' albero di non piegarsi verso prua, il paterazzo, mentre in altre imbarcazioni una seconda coppia di sartie è mobile e posizionata a poppa, in questo caso tali sartie vengono dette "sartie volanti"). Per distribuire meglio lo sforzo delle sartie e per evitare che l'albero si fletta troppo lateralmente ci sono le crocette, degli elementi rigidi perpendicolari all' albero che distanziano le sartie da esso. La scassa dell'albero si trova a proravia (più verso prora) della scassa della deriva.

4.2.3 La velatura

La velatura, che è l'apparato propulsore della barca, è composta nel caso più frequente da due vele triangolari, il fiocco o il genoa (più grande del fiocco) a proravia e la randa a poppavia dell'albero. Fissato perpendicolarmente all'albero, per mezzo della trozza, c'è un altro palo anch' esso di alluminio o di materiale composito, detto boma, cui è fissato il lato orizzontale (inferiore) della randa.

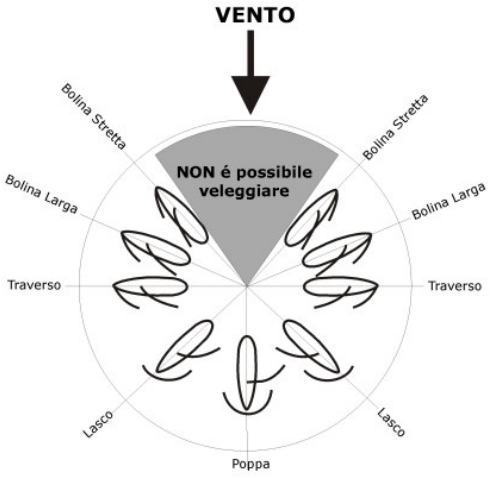


Nell'immagine sono stati indicate le principali componenti della velatura e dell' armo di un' imbarcazione a vela come Alinghi (classe Iacc coppa america).

Il movimento in senso verticale del boma è regolato da un paranco che da questo arriva al piede dell'albero, detto vang. Le vele sono issate (tirate su) e ammainate (tirate giù) mediante delle cime chiamate drizze, che sono fissate alla vela con dei grilli (ganci a U con chiusura a vite), e in coperta, su delle gallocce o degli speciali strozzascotte chiamati stopper, capaci di bloccare una cima anche sotto forti carichi. Le vele sono poi orientate, in funzione della direzione del vento, mediante delle cime dette scotte (nome derivato dal fatto che quasi ogni velista si è scottato con esse) che scorrono in delle carrucole dette bozzelli formanti un paranco fissato all' estremità poppiera del boma nel caso della randa e in carrucole mobili posizionate su dei binari fissati sul ponte nel caso della vela di prua . Le due vele, essendo triangolari, hanno tre lati e tre angoli che possono essere chiamati allo stesso modo sia per la randa che per la vela di prua. Il lato verso prora si chiama caduta prodiera (infieritura nel caso della randa, o bordo d' entrata il quale termine si collega alla terminologia della parte frontale di un'ala), il lato inferiore è detta base (la quale è fissata sul boma), quello verso poppa balumina, lungo la quale, nel caso della randa, sono realizzate le tasche nelle quali vengono infilate delle stecche flessibili per tenere la vela nella giusta forma. La caduta prodiera del fiocco ha quasi sempre cucito nel suo orlo un cavetto d'acciaio detto ralinga, che a vela alzata si mette in forza parallelo allo strallo, mentre, sia lungo la caduta prodiera che lungo la base della randa, sono cucite delle cime dette sempre ralinghe che vengono inferite (infilate) nella canaletta, ovvero una scanalatura sulla faccia poppiera dell'albero e su quella superiore del boma.
L'angolo inferiore delle vele, verso prora, che viene fissato alla base dello strallo per il fiocco, e alla trozza o a un gancio mobile e regolabile verticalmente con un paranco (detto cunningham, il quale serve a regolare la curvatura del bordo d' entrata) per la randa, si chiama punto o angolo di mura. Quello invece inferiore, verso poppa, cui nel caso del fiocco vengono assicurate le scotte, e nel caso della randa una cimetta detta tesabase o tesabugna, si chiama angolo di scotta o bugna nel caso della randa. Infine l'angolo superiore delle vele, quello cioè cui viene fissata la drizza per alzarle e ammainarle, si chiama angolo di penna o di drizza.

4.3 Le andature

[1]A seconda dell'angolo che il vento forma con l'asse longitudinale della barca possiamo definire le diverse andature, ovvero le rotte che scegliamo, non più rispetto alla meta che vogliamo raggiungere, ma solo rispetto alla direzione del vento. È abbastanza intuitivo che la barca a vela non può navigare controvento e, più esattamente, non può navigare in un certo settore, detto angolo morto, prossimo alla direzione del vento. Le vele, per quanto noi le cazziamo (Se tesiamo la scotta (cazziamo) la vela, la avviciniamo all'asse longitudinale della barca), si trovano in asse, o quasi, con la direzione del vento, senza riuscire a gonfiarsi. Se siamo nell'angolo morto e, tenendo le vele



[1] Nell' immagine sono mostrate tutte le diverse andature riferite al relativo angolo con il vento.

cazzate, poggiamo (poggiamo con la barca, quando accostiamo allargandoci dalla direzione del vento, ovvero quando allontaniamo la prora dal vento) un po fino a far gonfiare le vele, la barca naviga di bolina. Se dall'andatura di bolina poggiamo ancora un pò, navigheremo di bolina larga, fino a mettere l' asse della barca perpendicolare alla direzione del vento,dove la barca naviga al traverso. Poggiando ancora abbiamo il lasco, il gran lasco, e infine, quando il vento viene esattamente da poppa, l'andatura di poppa. Se da questa andatura continuiamo a poggiare abbiamo un cambiamento di mure (ovvero le vele si spostano sull'altro lato, in gergo marinesco questa manovra è la strambata). Da questo momento quindi, quello che prima era poggiare diventa orzare (orziamo con la barca quando accostiamo verso il vento, ovvero quando avviciniamo la prora al punto da dove il vento soffia) e, continuando a orzare, passiamo all'andatura di poppa, al lasco, al traverso, alla bolina per poi tornare a fermarci nell'angolo morto (angolo in cui i filetti fluidi del vento formano un angolo con la superficie velica per il quale non è possibile far avanzare l' imbarcazione).
Nel caso del cambiamento di andatura passando per l' angolo morto si ottiene anche un cambiamento delle mura, poiché anche in questo caso sia la randa che la vela di prua passano da un lato all' altro della barca, ma la manovra è diversa da quella della strambata, e viene chiamata virata.
Le andature portanti, sono i laschi (lasco e gran lasco) e la poppa. In queste andature è intuitivo capire perché la barca si muove. Il vento incontra le vele come un ostacolo, spinge su di esse (le vele oppongono una resistenza aerodinamica, v. punto 3.3.5) e permette alla barca di navigare. Un pò meno intuitive, per capire il movimento della barca, sono invece le andature strette, ovvero le boline (bolina stretta e bolina larga). In queste andature il vento viene deviato dalle vele e ciò permette alla barca, grazie anche alla deriva, di avanzare e di guadagnare acqua sopravvento, cioè di risalire il vento con un angolo specifico per ogni tipo di imbarcazione.

4.4 Aerodinamica della vela

Ora che è chiaro che il propulsore della barca a vela è la velatura, bisogna esaminare a fondo questo sistema di propulsione per capire da dove proviene la sua forza propulsiva.
Per riuscire a capire questo fenomeno di propulsione si utilizzeranno le leggi della fluidodinamica trattate in precedenza, e se necessario si faranno delle analogie con situazioni più semplici o evidenti, al fine di semplificare la descrizione dei fenomeni.

4.4.1 La forma della vela

Per sapere come una vela interagisce con il flusso di aria bisogna definire i parametri che caratterizzano la sua forma, per la descrizione dei fenomeni fluidodinamici legati alle vele ci si baserà sulle vele descritte in precedenza, ossia di forma triangolare.
I parametri principali che definiscono una vela si dividono in parametri riferiti alla superficie della vela nello spazio e parametri che definiscono la forma della vela considerando la serie di sezioni orizzontali della vela, in altre parole i parametri che definiscono le curve di livello della superficie tridimensionale di una vela.
La forma della superficie velica è definita da tre parametri fondamentali, ossia l' allungamento, che descrive la forma del triangolo individuato dai lati della vela, l' allunamento, che descrive quanta vela c'è oltre la linea immaginaria individuata tra l'angolo di penna e la bugna, e lo svergolamento (twist in inglese), che indica la torsione verticale della superficie della vela (ossia l' angolo formato tra le diverse corde delle curve di livello della superficie in funzione della quota).

Questo svergolamento non è costante ma dipende anche dalla velocità del flusso che lambisce la vela, specialmente nelle zone di allunamento, provocando così un ulteriore torsione della vela, questo significa che con vento non regolare si avrà uno svergolamento che varia in funzione del tempo e dell' intensità delle raffiche.
È utile notare che l'aumento del vento rispetto alla barca in movimento provoca anche un cambiamento della sua direzione. Quindi, più si sale lungo la vela e più il vento, oltre ad aumentare, ridonda (viene cioè meno da prora e ha un angolo di incidenza maggiore sulla vela). Il cambiamento della velocità del vento in funzione della quota è data dal fatto che la parte bassa della vela si trova nello strato limite dell' aria a contatto con il pelo libero dell' acqua, quindi dove l' aria è meno veloce, mentre più si sale nella direzione del gradiente di velocità , più la velocità aumenterà per poi stabilizzarsi una volta all' esterno dello strato limite.
La velocità del vento alla quota h si può calcolare con la seguente formula sviluppata con prove sperimentali sul *Grimack*, un imbarcazione adibita allo studio di vari fenomeni legati al moto della barca a vela:

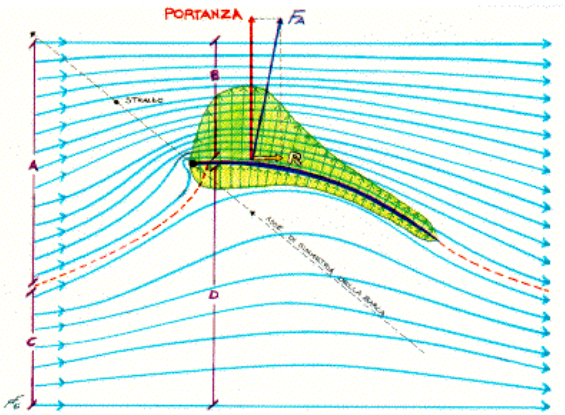
$$v(h) = 0.646\sqrt[6]{h} \cdot v_{100}$$

Dove:

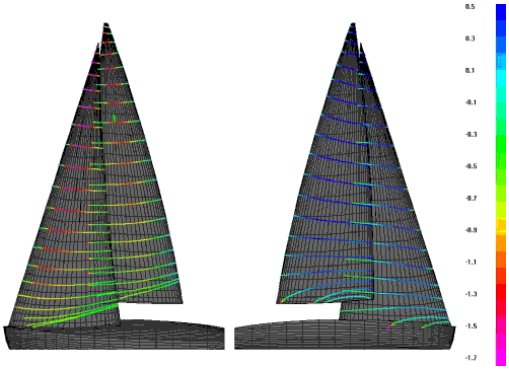
- $v(h)$ è la velocità del vento in funzione della quota.
- v_{100} è la velocità del vento a 100 piedi dalla superficie (fuori dallo strato limite).

Ulteriori parametri importanti nella descrizione della vela sono la concavità delle curve di livello e il punto rispetto alla corda ne quale questa è massima, e per descrivere queste proprietà si fa uso di tre grandezze, la corda, la freccia e la posizione della freccia.
Tutti questi parametri di caratterizzazione sono, a parte lo svergolamento, in forma adimensionale, per permettere la descrizione dei fenomeni indipendentemente dalla dimensione della vela.
Esprimiamo la concavità come rapporto $\frac{f}{L}$,in percentuale, dove f è la freccia, e L è la lunghezza della corda e la posizione della concavità in frazione come rapporto $\frac{x}{L}$, dove x è la distanza dall' infieritura alla freccia.
È anche utile notare l' insieme di tutti questi parametri è influenzato non solo da regolagli che si apportano alla vela direttamente, ma anche a quelli apportati all' albero, poiché gli alberi, specie quelli delle derive, hanno la caratteristica di essere flessibili. Si possono e si dovrebbero flettere (a loro volta anche in funzione del vento, solo verso poppa) e/o lateralmente sottovento. In tutti e due i casi comunque, ciò provoca principalmente, la diminuzione della convessità della randa e la diminuzione dello svergolamento. Oltre all' influenza dell' albero sulla randa c'è anche quella sulla vela di prua, poiché la flessione dell'albero provoca anche un cambiamento di tensione alla drizza della vela di prua, influenzando così anche la convessità e lo svergolamento di questa, che si dovrà quindi regolare nuovamente.

4.4.2 La vela e la sua forza propulsiva



In questo punto vogliamo chiarire esattamente la provenienza della forza propulsiva della vela e quali principi fluidodinamici sono coinvolti in questo fenomeno.
È importante ricordare, che una qualsiasi superficie investita da un fluido che abbia un angolo di incidenza rispetto al flusso, è soggetta ad una forza che può essere scomposta in portanza e resistenza.
La vela è una superficie tridimensionale immersa in un fluido in movimento, quindi possiamo subito concludere che essa genera una forza aerodinamica, composta da resistenza e portanza.
A differenza dell' ala di un aeroplano, in una barca a vela viene sfruttata non solo la portanza generata dalla vela ma anche la resistenza, a dipendenza dell' andatura considerata, nelle andature strette (andature che vanno dal traverso alla bolina stretta) la forza propulsiva della barca è data unicamente dalla portanza, mentre nelle andature portanti (andature che vanno dal traverso alla poppa) la forza propulsiva è data sempre di più dalla resistenza e sempre meno dalla portanza, man mano che ci si avvicina all' andatura di poppa piena.
Dato che la portanza di una superficie immersa in un fluido in movimento è data da una differenza di pressione tra una parte e l' altra della superficie, bisogna ora capire come viene generata questa differenza di pressione sulla vela.



Nella prima immagine è indicata la forza aerodinamica della vela e le sue due componenti, la resistenza e la portanza.
Anche in questo caso si nota, come per il profilo alare, che c'è una parte della vela in cui le linee di flusso sono più dense (flusso più veloce).
La seconda immagine mostra le linee di flusso dell' aria intorno alla vela e il diagramma delle pressioni sulla superficie della vela.
Se applichiamo l' equazione di Bernoulli, si trova che la pressione statica perpendicolare alla superficie è maggiore sul lato della vela che sta sopravento, e minore su quello sottovento.
Ed è proprio questa la differenza di pressione che genera la portanza sulla vela, la quale, per angoli di incidenza relativamente piccoli è gran parte della forza aerodinamica totale.

4.4.3 Forza e geometria della vela di bolina

Ci si limiterà per ora al lato di bolina, che è considerato generalmente il più importante nella navigazione a vela(anche nelle regate la distanza da coprire di bolina è molto più grande di quella da coprire alle andature portanti).Questo bordo, più di ogni altro, evidenzia il conflitto tra l' efficienza aerodinamica dell' armo e quella idrodinamica di uno scafo e le sue appendici, insieme alla sua stabilità e resistenza. La manifestazione più evidente di questo conflitto nel tradizionale yacht monoscafo è tra la resistenza e la stabilità (per es. monoscafo stretto e leggero, facile da portare) e la larghezza e il peso.
Le prestazioni dello yacht, specialmente nella bolina, sono infatti un complicato gioco di resistenza dello scafo, forze di propulsione della vela e stabilità. Gli altri fattori che sono in conflitto tra di loro, studiati specialmente più di recente sono: superficie bagnata dello scafo in opposizione alla facilita di governo, la leggerezza della costruzione dello scafo opposta alla robustezza, capacità di reggere il mare e l' abitabilità (in questo senso ci sono stati vari errori di valutazione nell' ambito della costruzione di certe imbarcazioni classe Iacc per la coppa america, basti pensare ai cedimenti strutturali dell' ultimo defender a causa di un moto ondoso abbastanza accentuato).
Prima di considerare in dettaglio l' influenza relativa a questi fattori sulle prestazioni dell' imbarcazione è più appropriato dare uno sguardo ai meccanismi della velatura di una semplice deriva in navigazione sotto vela e un po' sbandata (cioè un pò inclinata).
Dopo che i principi che governano il comportamento di una deriva in navigazione sono stati chiariti, essi potranno essere applicati a tutte le imbarcazioni a vela, e se sarà necessario, saranno studiate le proprietà dell' imbarcazione considerate, per poi applicare adeguate modifiche ai calcoli.

4.4.3.1 Forze aerodinamiche e idrodinamiche

Innanzitutto per definire e studiare le forze aerodinamiche e idrodinamiche di una deriva in navigazione di bolina, bisogna definire quali sono e di che tipo, e in seguito suddividerle in forze aerodinamiche, idrodinamiche e statiche.

- Momenti e forze aerodinamiche:

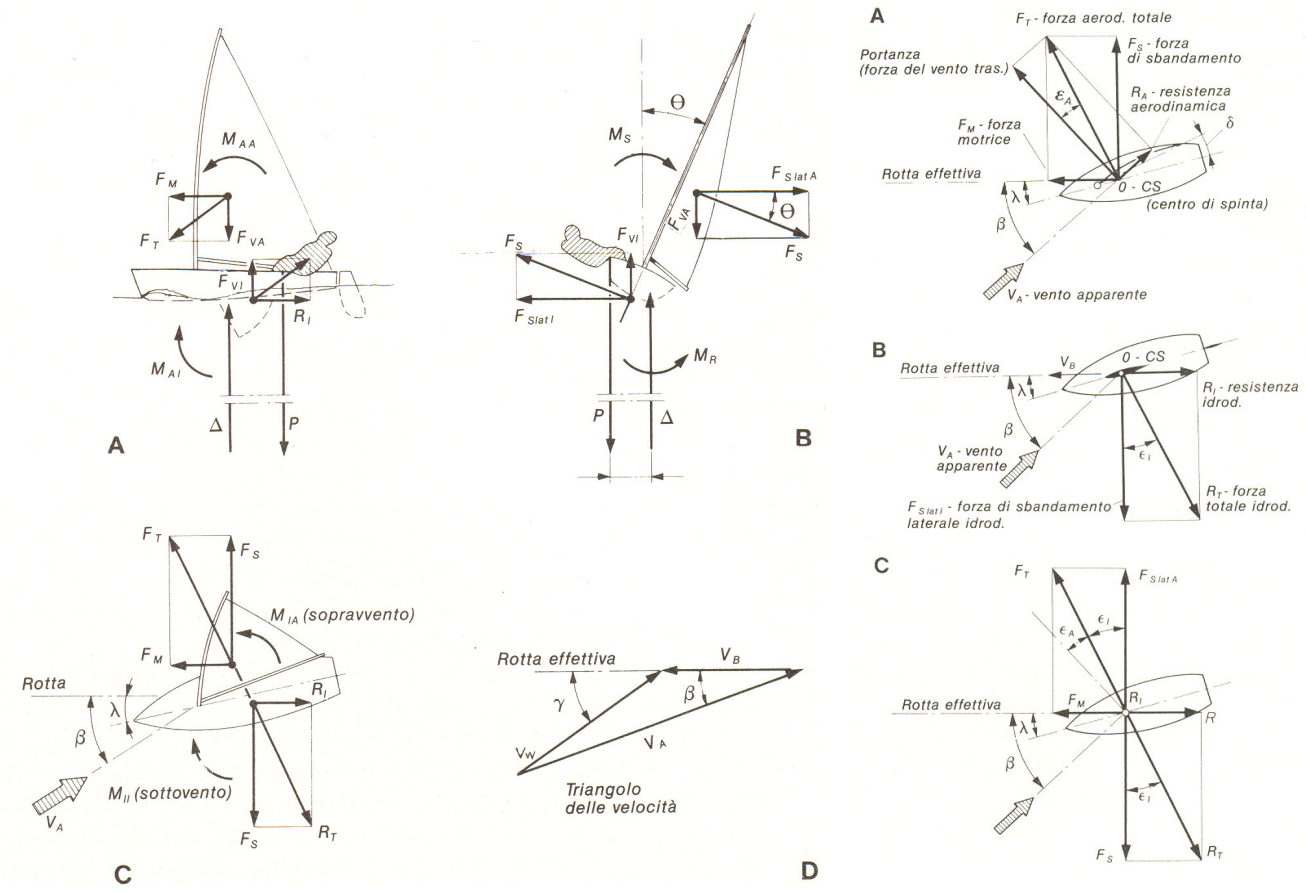
F_M	: Forza motrice (propulsiva)	"Mondo dell' aria"
F_{slatA}	: Componente orizzontale della forza di sbandamento	
F_{VA}	: Componente verticale della forza di sbandamento	
M_{AA}	: Momento di assetto aerodinamico	
M_S	: Momento di sbandamento	
M_{IA}	: Momento di imbardata (orziero)	

- Momenti e forze idrodinamiche:

R_I	: Resistenza idrodinamica	"Mondo dell' acqua"
F_{slatI}	: Componente orizzontale della forza di sbandamento	
F_{VI}	: Componente verticale della forza di sbandamento	
M_{AI}	: Momento di assetto idrodinamico	
M_R	: Momento di raddrizzamento	
M_{II}	: Momento di imbardata (poggiero)	

- Forze statiche:

P	: Peso dell'imbarcazione e equipaggio a bordo
Δ	: Dislocamento dell' imbarcazione



Note:

Il dislocamento è il peso della nave, imbarcazione o galleggiante che sia, che, per il principio di Archimede, corrisponde al peso del volume del liquido spostato dalla carena. Il dislocamento è espresso in tonnellate ed è dato da:

$D = \rho V$

dove ρ è la densità media dell' acqua di mare e V è il volume dell' opera morta, espresso in metri cubi. A seconda dell'immersione dello scafo e cioè a seconda del volume di carena si possono avere, per uno stesso scafo, diversi dislocamenti. Tra questi definiamo il dislocamento pesante come quello corrispondente alla nave a pieno carico, cioè immersa fino al raggiungimento del massimo pescaggio consentito (sulle navi mercantili, fino alla marca del bordo libero), e il dislocamento leggero come quello che corrisponde al peso della nave o imbarcazione completamente scarica.

La forza indicata con Δ non è altro che la forza di Archimede (vedi punto 2.3).

L' illustrazione mostra i diversi momenti e le diverse componenti delle forze aerodinamiche, idrodinamiche e idrostatiche che agiscono su una deriva tipo Finn portata di bolina con un angolo di sbandamento Θ, come le loro diverse posizioni rispetto all' imbarcazione.

Da notare che in condizioni di vela immobili, ossia di andatura, angolo di sbandamento, scarroccio, velocità e regolazione delle vele costanti, tutte le forze e i momenti sono in equilibrio.
Quindi si può dire che:

1. $F_M = R_I$
2. $F_{SlatA} = F_{SlatI}$ } Forze
3. $F_{VA} = F_{VI}$
4. $M_{AA} = M_{AI}$
5. $M_S = M_R$ } Momenti
6. $M_{IA} = M_{II}$

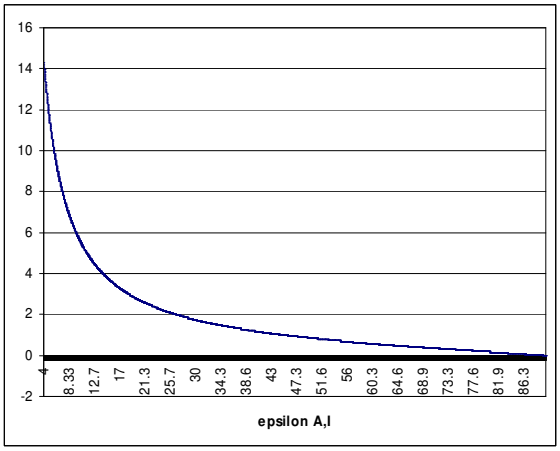
Il caso speciale della deriva per la quale il peso mobile dell'equipaggio è sufficiente a mantenere l'imbarcazione poco sbandata, implica che, per poter stabilire le prestazioni dell'imbarcazione con diverse velocità del vento, considerare solo le forze agenti orizzontalmente costituisce una buona approssimazione. Si può rappresentare l'azione del vento o le forze aerodinamiche, sulla parte dell'imbarcazione sopra la linea di galleggiamento. La forza risultante F_T denominata forza aerodinamica totale applicata nel CS (centro di spinta) deriva dall'azione del vento V_A e comprende le forze aerodinamiche sullo scafo, sull'albero e sull'attrezzatura come anche quelle sviluppate dalla sola vela. Le due componenti, denominate forza del vento trasversale o portanza P e resistenza aerodinamica R_A, devono essere considerate equivalenti alla singola forza totale aerodinamica F_T. Queste due componenti P e R_A possono essere misurate nella galleria del vento, la resistenza R_A è misurata nella stessa direzione del vento apparente e la portanza P ad angolo retto rispetto ad esso. Le altre due componenti, che interessano direttamente ogni velista, denominate forza motrice F_M e forza sbandante F_S, possono anche essere considerate equivalenti alla stessa singola forza totale aerodinamica F_T. La forza motrice FM, mostrata nella direzione della rotta, spinge l'imbarcazione, la forza sbandante F_S che agisce perpendicolarmente rispetto alla forza propulsiva è responsabile dello scarroccio e dello sbandamento.
Il requisito essenziale per navigare a vela è produrre una componente di forza motrice F_M nella direzione del moto, e questo può essere fatto solo in poppa senza produrre, nello stesso tempo, una forza sbandante. In altre parole, ogni valore di forza motrice generato sulla vela è accompagnato da una forza sbandante, 3 o 4 volte maggiore, a cui lo yacht deve opporsi e che deve assorbire affidandosi alla sua stabilità. Per analogia, la forza sbandante, e lo sbandamento associato, possono essere considerati come l'acceleratore in una barca a motore: meno si è sbandati, più si naviga veloci.[2]

[2] Nell' immagine: Club Med, un catamarano classe maxi (36m di lunghezza con un albero alare in carbonio di 45m) per regate transoceaniche, grazie al suo enorme braccio di leva (18m) formato dai due scafi collegati da traverse, contrasta in modo molto efficace il momento sbandante e conferisce alla barca una notevole stabilita, insieme alla possibilità di raggiungere alte velocità grazie alla leggerezza della

Considerando la vela come un profilo alare, o un dispositivo capace di produrre portanza, si potrebbe considerare la resistenza R_A come il "prezzo pagato" per la portanza P. L'angolo ε_A, tra la portanza P e la forza totale aerodinamica F_T, può servire come indice dell'efficienza aerodinamica della vela. Se la resistenza R_A potesse in qualche modo essere ridotta, senza variare il valore della portanza P, la vela sarebbe efficiente nelle andature strette. La forza aerodinamica totale F_T, sarebbe quindi inclinata maggiormente verso prua e la forza motrice F_M risulterebbe una frazione più grande rispetto alla forza sbandante F_S, che tende a capovolgere (scuffiare in gergo) l'imbarcazione, a cui lo scafo deve opporsi. Si potrebbe facilmente trovare che tanto più alto è il rapporto P/R_A tanto più piccolo è l'angolo ε_A. In termini matematici ciò è espresso da:

$$\cot \varepsilon_A = \frac{P}{R_A}$$

Un ragionamento analogo può essere fatto con la parte immersa dello scafo, essa può essere considerata come un alettone che produce una forza laterale idrodinamica F_{slat} e una resistenza idrodinamica R_I. Queste due componenti F_{Slat} e R_I sono misurate nella vasca navale e la loro risultante può essere rappresentata da una forza idrodinamica totale R_T, applicata nel centro di resistenza laterale (CRL) dello scafo. Le forze idrodinamiche dipendono dalla velocità dell'imbarcazione V_B, dal suo sbandamento e dall'angolo di scarroccio A. La generazione delle forze idrodinamiche può portare ad aumentare considerevolmente la resistenza dello scafo rispetto allo stesso scafo non sbandato e con un angolo di scarroccio nullo. L'aumento nella resistenza è un costo in più che si deve pagare per la forza motrice F_M prodotta dalla vela.



Come si può notare dal grafico, più l' angolo ε_A si avvicina a 0°, più il rapporto P/R_A, come il rapporto F_S/R_I aumenta, e con essi l' efficienza.

In maniera analoga al caso della vela, l'angolo ε_I è definito da:

$$\cot \varepsilon_I = \frac{F_S}{R_I}$$

che riflette l'efficienza idrodinamica dello scafo nel generare la forza laterale F_{slat}. È ovvio che l'efficienza della parte immersa dello scafo, considerata come un profilo alare, risiede nella sua abilità dì produrre la forza laterale F_{slat} e la minor resistenza R_I per una particolare velocità. Per poter determinare la relazione tra le forze del vento e dell'acqua, sì può ricorrere alla legge di Newton che, se applicata in questo caso, stabilisce

struttura e all' imponente superficie velica (da 800mq di bolina a 1100mq alle andature portanti), l'unico difetto sta nelle forze estreme a cui è sottoposto lo scafo, col rischio di cedimenti strutturali (solo la randa scarica sul punto d' appoggio delle traverse e sulle sartie un totale di 22 tonnellate).

che, qualora l'imbarcazione a vela proceda con velocità costante su una rotta dritta le risultanti delle forze dell'aria e dell'acqua devono bilanciarsi l'una con l'altra. L'azione combinata delle forze del vento e dell'acqua, implica non solo che la risultante aerodinamica e idrodinamica delle forze F_T e R_T siano uguali in modulo e opposte in direzione ma che il sistema equivalente delle componenti sia anche uguale e opposto. Da questa figura appare evidente che la forza motrice F_M è impiegata per superare la resistenza idrodinamica dello scafo R_I mentre la indesiderata, ma inevitabile, forza di sbandamento F_s è bilanciata dalla forza laterale idrodinamica F_{slat} prodotta dalla parte immersa dello scafo.[3]

Le forze aerodinamiche e idrodinamiche sviluppate e dovute al moto relativo dello yacht rispetto all'aria e all'acqua, che controllano il suo comportamento, sono direttamente legate. Per illustrare questo punto, si può affermare che l'efficienza di una attrezzatura, nel far avanzare un' imbarcazione, è direttamente legata alla regolazione della vela in relazione al vento e allo scafo. Appena l'imbarcazione inizia a muoversi verso il vento, le forze aerodinamiche generate sulla vela determinano l'angolo di scarroccio istantaneo. Quando lo scafo accelera sotto l'azione delle forze veliche che cambiano continuamente, anche l'angolo di scarroccio cambia, determinando le forze idrodinamiche istantanee sviluppate dallo scafo. A causa dell' azione ritardata, esistente tra le vele e le forze dello scafo, la velocità dello scafo che varia e l'assetto dello scafo, considerati come parametri, modificano continuamente l'assetto della vela e la velocità del vento apparente sino a quando si raggiunge l' equilibrio delle forze e dei momenti dell' aria e dell' acqua. Da questo momento l' imbarcazione procede con velocità costante (se la velocità del vento è anche costante). Se invece il vento reale aumenta, l' imbarcazione accelererà (nel momento dell' accelerazione le forze non sono tutte in equilibrio), inversamente invece se il vento reale cala, l' imbarcazione rallenterà per poi ritrovare un nuovo assetto stabile (equilibrio dei momenti e delle forze). In un imbarcazione a chiglia, il raggiungimento dell' equilibrio dei momenti sbandanti avviene automaticamente senza che il timoniere debba spostarsi, poiché la chiglia fa si che la barca non si rovesci anche se il peso a bordo è sbilanciato verso un lato, mentre su una deriva il raggiungimento di un equilibrio dei momenti necessita uno spostamento del timoniere verso l' interno o l' esterno della barca (se non viene cazzata o lascata la scotta).

Il processo di ottimizzazione completa di un' imbarcazione a vela è molto complesso nella quale bisogna far fronte a un gran numero di variabili, ma per una prima valutazione dell' efficienza aerodinamica e idrodinamica di una barca le variabili prese in

[3] Nell' immagine, una situazione in cui la forza di sbandamento non è bilanciata con la forza idrodinamica e dal peso della zavorra : un imbarcazione Open 60 piedi a chiglia basculante durante una regata transoceanica in solitario con la chiglia basculante inclinata dalla parte sbagliata, la quale produce un momento di sbandamento che si aggiunge a quello del vento. In queste situazioni ci si rende conto di quanto sia importante controllare i regolaggi in modo che una forza o un momento sbandante non danneggi la barca o la riversi su di un fianco.
In queste situazioni lo skipper avrà dei seri problemi a rimettere in assetto la barca da solo.

considerazione in questo capitolo sono più che sufficienti.
Ad esempio, per la realizzazione di un imbarcazione classe Iacc come Alinghi, il numero di incognite impiegate nella sua ottimizzazione fluidodinamica è stato di oltre 35 milioni, in speciali condizioni di ingaggio sotto gennaker. Per questo tipo di ottimizzazione dobbiamo affidarci a potenti calcolatori e programmi di fluidodinamica specializzati.

4.5 L' idrodinamica dello scafo

Anche se riteniamo giusto occuparci essenzialmente di ciò che si può vedere in barca, quindi dell' armo e la velatura, non bisogna trascurare, come spesso accade, la parte immersa quindi non visibile della barca. Infatti, solo l'azione simultanea dell'aria sulla vela e dell'acqua sulla deriva permettono alla barca di navigare. Si è detto che c'è una simmetria tra idrodinamica e aerodinamica nel movimento di un'imbarcazione: le conseguenze dello scorrimento dell'acqua sull'opera viva, sono qualitativamente le stesse che si hanno per l'impatto dell'aria sulle vele. I due fluidi in questione possono muoversi rispetto alla terraferma. L'aria che si sposta è il vento, l'acqua che si sposta è la corrente. Quello che conta, per riuscire a navigare (e con questo intendiamo anche manovrare), non è la loro velocità assoluta, ma la loro velocità relativa. Ovvero, la barca può navigare solo se c'è differenza di velocità tra aria e acqua, noi comunque abbiamo sempre considerato l' acqua come un fluido in quiete e l' aria che si muove, poiché in presenza di correnti bisognerebbe complicare inutilmente tutte le illustrazioni e le descrizioni del moto della barca rispetto a un osservatore fermo.
Nota: in presenza di correnti la direzione e la norma della velocità dell' imbarcazione, rispetto a un osservatore solidale vengono ricavate sommando vettorialmente la velocità della barca e quella della corrente.

4.5.1 Flusso dell' acqua intorno allo scafo e alle sue appendici

In questa sezione vogliamo analizzare il flusso dell' acqua sull' opera morta dello scafo, molti concetti riferiti a questo tema sono già stati trattati, anche se in un altro contesto, nel capitolo sull' aerodinamica della vela. Questo poiché il flusso dell' acqua intorno al profilo della deriva o della pala del timone si svolge in maniera quasi identica a quello dell' aria sulla superficie velica. Questo è dato dal fatto che il tipo di flusso viene regolato da una relazione tra le forze di tipo inerziale e di tipo viscoso, e se questa relazione tra le forze è simile per tutti e due i flussi, anche il loro effetto risulterà simile, e come abbiamo visto in precedenza nel capitolo 3.5, questo rapporto viene definito dal numero di Reynolds:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v l}{\eta}$$

Se per esempio si considera una barca di 10m, che naviga con una velocità di 5kn[4] (2.5 m/s) con un vento apparente di 10 kn(5 m/s) e una randa con una superficie velica al vento avente una corda di 6m e un profilo di deriva con una corda di 1.5m, le grandezze associate ai sistemi fluidodinamici dell' aria e dell' acqua sono:

[4] Abbreviazione di nodo (knote in inglese) [miglia marine/h], unità di misura della velocità usata nel campo dell' aeronautica e nella nautica, 1 nodo equivale a 1,852 Km/h e a 0,514 m/s.

Grandezza	Aria	Acqua
Densità [kg/m^3]	1,2	1000
Velocità [m/s]	5	2,5
Lunghezza [m]	6	1,5
Viscosità [Pa·s]	$1{,}8\cdot10^{-5}$	$1{,}0\cdot10^{-3}$
Numero di Reynolds	$2{,}0\cdot10^{6}$	$3{,}7\cdot10^{6}$

I due numeri di Reynolds sono dello stesso ordine di grandezza in entrambi i sistemi, dimostrando che il tipo di flusso è simile in tutti e due i casi, e quindi la similarità dei fenomeni.
Le differenze sostanziali tra una vela e un profilo di deriva sta nella sezione, la vela ha una sezione orizzontale asimmetrica, mentre la deriva ha una sezione orizzontale simmetrica e le proprietà che incidono sull' aerodinamica di una vela possono essere variate con gli opportuni regolagli, mentre le proprietà idrodinamiche del profilo di deriva (come quello della pala del timone) non sono variabili.

4.5.2 Resistenza e portanza dello scafo e le sue appendici

L'attrito superficiale R_a di una lamina piatta o di una superficie con una piccola curvatura può essere calcolato secondo la formula usuale:

$$R_a = C_a \frac{\rho v^2}{2} S$$

Dove:
Ca= coefficiente di attrito superficiale per il numero di Reynolds appropriato.
ρ = densità del fluido (acqua salata ρ = 1025).
v = velocità del flusso.
S= superficie bagnata.
Quindi per l'acqua salata:
RaI = 512,5•Ca•v2•S (eq.A)
Similmente per l'aria alla superficie del mare:
R_a = 0,6125•Ca•v^2•S (eq.B)

Come si può prevedere, il coefficiente d'attrito che entra nell'eq. A e B non è costante ma dipende, in larga misura, dal comportamento del flusso nello strato limite (vedi punto 3.4). La scoperta di Reynolds e gli ulteriori contributi di Rayleigh, Prandtl, Blasius e altri hanno messo in luce il fatto che il comportamento del fluido dipende dalla relativa predominanza di forze inerziali e viscose, rappresentate dal valore del numero di Reynolds (Re) (vedi punto 3.5).
Le forze inerziali favoriscono il flusso turbolento (valori di Re più alti) mentre le forze viscose favoriscono un flusso laminare (bassi valori di Re). Per trovare il coefficiente di attrito superficiale in funzione di Re c'è uno speciale grafico (abaco) con tre linee, le quali mostrano i valori per il quale il flusso è completamente laminare, transizionale, e completamente turbolento.
Per poter valutare il significato concreto della transizione è utile valutare la situazione in cui lo strato limite è laminare nella parte anteriore del corpo, turbolento nella parte posteriore, col punto di transizione che divide le due parti e che si sposta con ogni cambiamento del numero di Reynolds (ossia della velocità). Per dare un esempio, si può trovare che a un determinato numero di Reynolds, in altre parole a una certa velocità dell'imbarcazione, la transizione avvenga in qualche punto lungo lo scafo, a una determinata distanza dalla prua,. Prove sperimentali ci consentono di assumere, come prima approssimazione, che la transizione si verifichi probabilmente quando il

prodotto della velocità dell'imbarcazione V_B (Kn) e la distanza L (m) sia circa 1,52, cioè:

$V_B L \cong 1.52$

che corrisponde al numero critico di Reynolds Re_{cr}, (circa $5 \bullet 10^5$) . Così, se la velocità dell'imbarcazione V_B = 2 kn, allora la distanza L alla quale si prevede possa verificarsi la transizione sarà:

$$L = \frac{1.52}{V_B} = \frac{1.52}{2} = 0.76\,\text{m}$$

Se la velocità dell'imbarcazione aumenta, il punto di transizione si sposterà gradualmente verso prua.

La predizione della transizione richiede alcune conoscenze empiriche su fattori come la rugosità della superficie, il gradiente di pressione, la flessibilità della superficie, ecc., che possono ritardare o favorire il cambiamento di flusso da laminare a turbolento. Per una tavola piatta e levigata, la transizione si verifica nell'intervallo di $Re_{cr} = 3. 10^5$ o $5{,}0 \cdot 10^5$; per scafi o profili alari quando il flusso è sottoposto a un favorevole gradiente di pressione, questo intervallo è spostato verso valori di k maggiori. Se si assume $Re_{cr} = 5{,}0 \cdot 10^5$ come valore critico del numero di Reynolds allora al numero di Reynolds di $15{,}0\ 10^5$ ($1{,}5. 10^6$) la lamina piatta di lunghezza L dovrebbe avere flusso laminare sopra il primo terzo della sua lunghezza e flusso turbolento sopra i rimanenti due terzi di L. Il coefficiente di attrito C_a dovrebbe essere la somma di un terzo del coefficiente di flusso laminare attinente al numero di Reynolds di $5{,}0 \cdot 10^5$ e due terzi del valore di flusso turbolento per $R_n = 1{,}5 \bullet 10^6$.

Se ne può dedurre che la transizione del tipo di flusso sullo scafo sia di una certa importanza nella stima della resistenza d'attrito poiché questo fenomeno è in gran parte responsabile delle incertezze che si verificano nel trasferire le esperienze compiute con modelli nelle predizioni valide per la scala naturale.

4.5.2.2 Resistenza dell'onda

La resistenza d'onda R_w nasce dal trasferimento di energia dalla barca al mare sotto forma di un treno d'onde, esse nascono dalla prua e dalla poppa dell'imbarcazione per effetto di un variazione di pressione generato dalla carena. Non è facile calcolare la resistenza d'onda con calcoli specifici, per cui spesso si ricorre alla sua misura sperimentale utilizzando la vasca navale. Possiamo dire che in generale la resistenza d'onda aumenta all'aumentare del dislocamento dell'imbarcazione mentre diminuisce all'aumentare della lunghezza al galleggiamento. Diminuisce inoltre riducendo la larghezza al

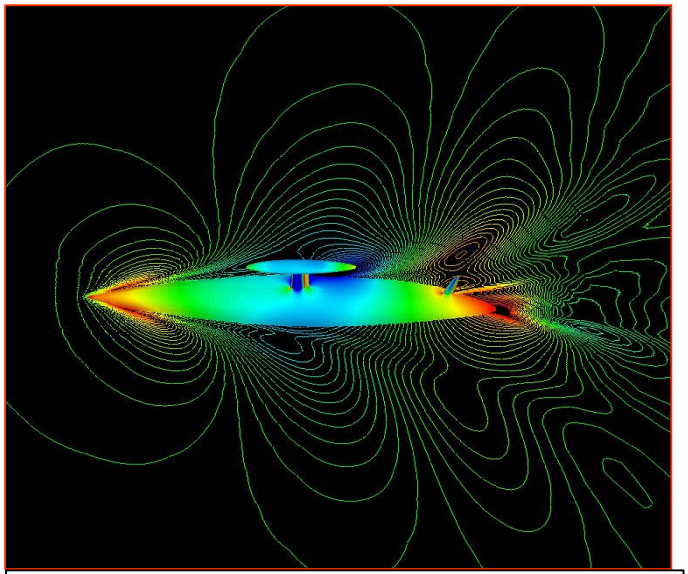


Immagine : grafica della resistenza d'onda sullo scafo di Alinghi a 10 kn ottenuta al computer.

galleggiamento ed è molto sensibile alla disposizione longitudinale dei volumi dell' opera morta. Alle basse velocità R_w è minore se si hanno le estremità relativamente vuote ed il baricentro leggermente più a prua della metà lunghezza al galleggiamento, aumentando la velocità della barca la resistenza d'onda minima si ottiene riempiendo progressivamente le estremità e spostando il baricentro verso poppa in funzione della velocità. Data una certa carena, R_w cresce in generale con un ritmo che va da $R_W = kv^4$ a $R_W = kv^6$.
In pratica questo vuol dire che a velocità basse la resistenza d'onda è una componente trascurabile della resistenza idrodinamica totale, mentre alle alte velocità è la componente dominante della resistenza al moto. Superata una certa velocità una barca sufficientemente leggera, per effetto della elevata pressione dinamica sul fondo, tende a sollevarsi dall'acqua entrando in planata. Il volume immerso e la superficie bagnata diminuiscono riducendo così sia la resistenza d'onda che la resistenza viscosa. In queste condizioni è favorevole ridurre la lunghezza al galleggiamento sono inoltre avvantaggiate barche con elevata larghezza al galleggiamento e fondo piatto in grado di staccare l'acqua dallo scafo prima che questa scorra sul fianco.

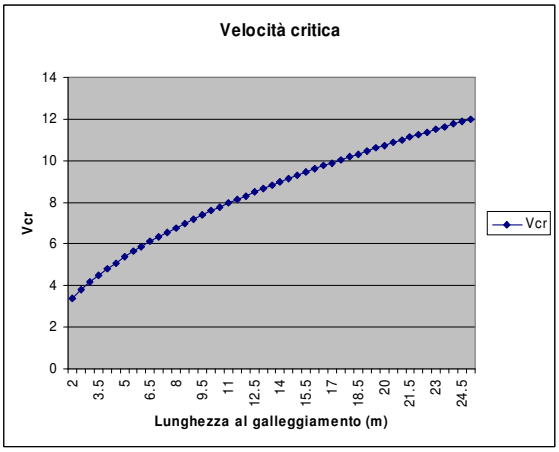
4.5.2.2.1 Velocità critica e planata

Quando la velocità di un imbarcazione raggiunge un certo valore critico, essa si muoverà imbrigliata nell' onda da essa formata.
La velocità alla quale si troverà in questa situazione dipende unicamente dalla sua lunghezza al galleggiamento secondo la formula:

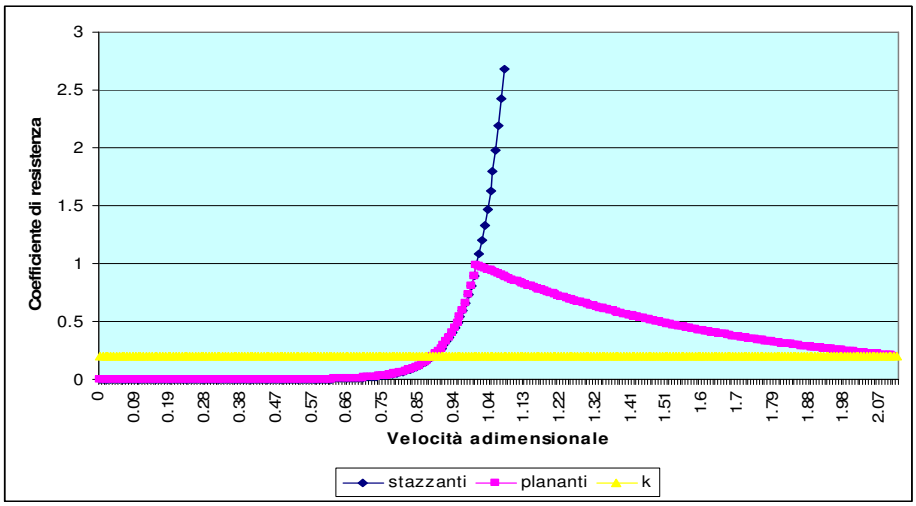
$v_{cr} = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}}$ dove: g:costante di accelerazione terrestre, L:lunghezza al galleggiamento

Se si usano i nodi:

$v_{cr} \cong 2{,}4\sqrt{L}$



La planata[5] è possibile in quanto nasce una portanza idrodinamica perpendicolare alla superficie dell' opera morta, che sostiene in parte o quasi completamente il peso totale dell' imbarcazione. Per ottenere la planata bisogna raggiungere la velocità critica in cui la resistenza dell' onda non permette alla barca un' ulteriore accelerazione in regime "stazzante". Una volta raggiunta questa velocità con una deriva planante, la resistenza idrodinamica ha un picco, e se si dispone di una forza propulsiva, la quale proiezione sulla direzione della resistenza sia maggiore della resistenza stessa, ma nel verso opposto, si comincia la planata, lo scafo scavalca il treno di onde da lui formato, diminuendo drasticamente l'immersione e scivolando sul pelo libero dell'acqua, diminuendo così la resistenza totale.
La resistenza per una barca dislocante (che non può superare la velocità limite) varia con un' andamento del tipo:
$R(v) = ke^{k'v}$ con k, k'costanti che dipendono da imbarcazione a imbarcazione.
La resistenza di una barca planante ha un andamento della resistenza che è uguale a quello per barche dislocanti, ma una volta raggiunta la velocità limite il valore della resistenza diminuisce con un ritmo che è inversamente proporzionale alla velocità, per poi assestarsi a un valore specifico (non uguale per ogni imbarcazione).
Il suo andamento una volta superata la velocità critica di planata è del tipo:
$R(v) = \frac{k}{v}$ con k costante che varia da imbarcazione a imbarcazione.



Il grafico mostra l' andamento dei coefficienti di resistenza idrodinamica totale per una barca stazzante e una planante della stessa lunghezza al galleggiamento (il fattore che limita la velocità delle barche stazzanti è la resistenza d'onda), in funzione della velocità adimensionale della barca v/v_{cr}. I valori non sono reali, ma hanno un andamento pressoché uguale. K è una costante che varia da imbarcazione a imbarcazione (planante) che fissa il valore minimo del coefficiente di resistenza.

[5] La planata, per un certo tipo di derive leggere come le classi australiane, è una condizione necessaria per una navigazione stabile e veloce, in questo tipo di imbarcazioni l' immersione dello scafo in planata è quasi nulla, permettendo così alla barca non solo si superare l' onda di prua, ma di scivolare sulla superficie dell' acqua raggiungendo velocità che a volte sfiorano i 40 nodi. Se questa velocità può sembrare forse non così elevata, basti pensare che la si raggiunge su di una barca di 120kg lunga 6 metri e con una velatura a riva di 120 mq, sospesi da un filo di 1.5mm a 2 m dalla superficie. In questa situazione anche raggiungere velocità dell' ordine dei 20 nodi comincia a essere veramente impegnativo. Nell' immagine: un 18 piedi australiano in planata sotto gennaker con equipaggio a trapezio e baricentro spostato indietro per diminuire al massimo la superficie bagnata (lo scafo è praticamente fuori dall' acqua per tutta la sua lunghezza) a una velocità di circa 20 nodi.

4.5.2.3 I Profili idrodinamici

A seconda della sezione del profilo alare e della sua posizione (incidenza relativa al flusso che lo investe) le due componenti di resistenza, attrito superficiale e resistenza di pressione possono cambiare drasticamente e una di esse può sovrastare l'altra. Se prendiamo per esempio in considerazione il flusso attorno a una lamina piatta a vari angoli di incidenza. È evidente che quando la lamina è allineata rispetto alla direzione del flusso o posta a piccoli angoli di incidenza, quando α[6] = 9°, la resistenza è quasi interamente dovuta all'attrito superficiale e la scia è trascurabile. Viceversa a un angolo di incidenza $\alpha = 90°$ essa è interamente dovuta alla resistenza di pressione distinguibile da una importante scia turbolenta nel lato di depressione.

In realtà, una lamina piatta rappresenta la forma estrema nella varietà di corpi simmetrici che sono sottoposti a entrambi i tipi di resistenza, di attrito e di pressione o resistenza di scia. Quando la direzione del moto è parallela o quasi parallela alla lamina, il coefficiente di resistenza d'attrito C_a è, mediamente, dell'ordine di 0,004 a 0,008. Ma quando la direzione del moto è perpendicolare alla lamina ($\alpha = 90°$) il coefficiente di resistenza (in realtà coefficiente di resistenza dovuta alla pressione), C_R è dell'ordine di 1,9 per un flusso bidimensionale. Ciò significa che la resistenza di pressione può essere da 250 a 500 volte più grande della resistenza d'attrito.

Se si potesse con qualche mezzo impedire la separazione del flusso7, la resistenza di scia o di pressione potrebbe teoricamente essere ridotta solo alla resistenza dovuta all'attrito. Si potrebbe quindi giustamente dire che la separazione del flusso può, sotto molti aspetti, essere considerata come un problema di ingegneria con grandissime conseguenze pratiche, e ogni sforzo per ritardare o evitare la separazione può essere ripagato enormemente in termini di riduzione di resistenza, riduzione della potenza richiesta o in aumento della velocità. Per riflettere ulteriormente sul meccanismo di generazione della resistenza si consideri un problema pratico, spesso affrontato: come evitare nel modo migliore un grosso ostacolo cilindrico? I pesci e i mammiferi marini devono la loro forma e la loro spettacolare e alcune volte addirittura incredibile velocità, alla ispirazione della natura. La lezione che possiamo apprendere dai pesci può dimostrare le particolarità di ogni corpo sommerso: profili alari e le pinne in particolare. Normalmente, si considera la forma di un pesce come un forma ben affusolata e non è facile superare la natura[8] sotto questo aspetto. Questo spiega forse come mai l'espressione descrittiva «testa di merluzzo e coda di sgombro» sia venerata dagli ingegneri navali.

---

[6] Angolo di incidenza o di attacco della lamina con il fluido.

[7] Per gli alianti si è già studiato un sistema che, per mezzo di una pompa aspiratrice all' interno dell' ala e un rivestimento poroso della stessa, riuscirebbe a far rimanere lo strato limite attaccato all' ala per tutta la sua lunghezza, aumentando notevolmente la resa dell' ala fino a circa 90%, e di conseguenza aumentando anche la finezza del velivolo. Questo sistema potrebbe essere già utilizzato entro i prossimi 5 anni.

[8] L' osservazione degli animali marini, come i delfini, suggerisce che essi devono vincere una quantità eccezionale di flusso laminare per poter spiegare le loro prestazioni alla massima velocità. È stato osservato che un delfino lungo circa 1.90 m è in grado di raggiungere la velocità di 16 nodi con uno scatto, e può mantenere una velocità di circa 12 nodi per quasi un minuto, in queste situazioni Re è dell' ordine di $1{,}4.10^7$.Aun così alto numero di Reynolds il flusso dovrebbe essere in larga parte turbolento, e la resistenza dovrebbe essere così alta che la potenza dei muscoli del delfino non dovrebbe essere in grado di fornire l' energia necessaria per poter raggiungere tali velocità. Secondo altre fonti si sono viste velocità di punta pari a circa 40 nodi e velocità prolungate a 18 nodi. Questa è una prestazione straordinaria, e non realizzabile con alcun mezzo meccanico artificiale,se si considera che è stata ottenuta con un "motore muscolare" che alla stima dei biologi marini dovrebbe sviluppare una potenza nell' ordine dei 2 CV.

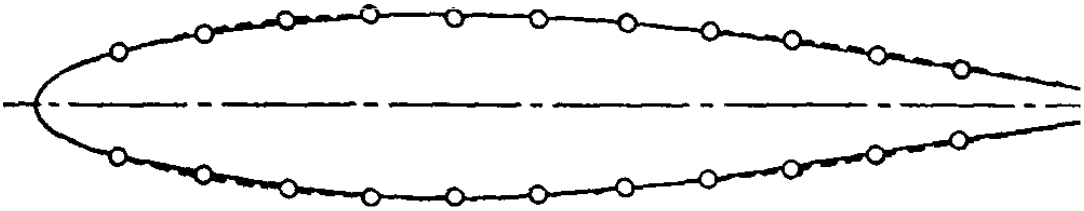
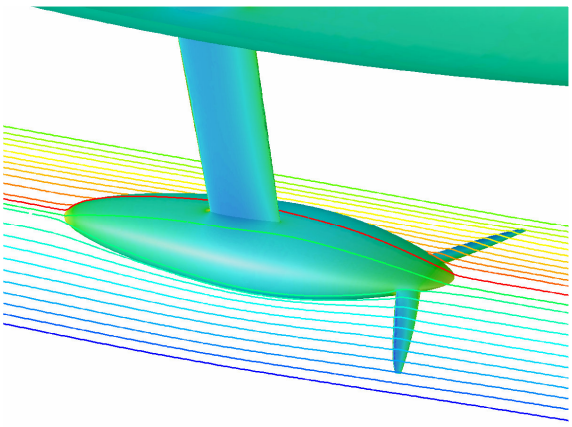


Immagine: La sezione orizzontale di una trota, e per confronto, una sezione di profili alari a bassa resistenza.
_____:NACA sezione 63A016; - - - - LBN sezione 0016; ◦ ◦ ◦ ◦ ◦ : Trota

Il disegno illustra la sezione di una trota, tratta dal Note-Book di Sir George Cayley (fine del sec. XVIII) confrontata con una moderna sezione di un profilo alare a bassa resistenza, la coincidenza dei profili è stupefacente. La caratteristica comune di questi corpi affusolati è che la parte posteriore presenta maggior conicità rispetto alla parte anteriore. Altre caratteristiche sono: lo spessore massimo decisamente spostato verso il naso e che dopo questo punto a poco a poco si riduce, spostandosi verso il bordo d'uscita. Questo graduale affusolamento rappresenta un vantaggio perché riduce la resistenza di scia per mezzo di uno spostamento del punto di separazione vicino al bordo d'uscita.
L'idea di «affusolato» data dal detto «testa di merluzzo e coda di sgombro», si applica perfettamente nel caso di corpi completamente immersi, come chiglie, derive, winglets,

timoni e altre appendici[9], ma non dovrebbe essere presa come regola nel disegnare il profilo di scafi parzialmente immersi in due fluidi diversi, come acqua e aria. La loro interfaccia ha bisogno di requisiti diversi per affrontare efficacemente la resistenza generata dall'onda.
I principali fattori geometrici delle forme affusolate che determinano la resistenza sono:
a) Il rapporto di spessore t/c, cioè il rapporto del massimo spessore t, sulla lunghezza della corda del profilo alare.
b) La posizione del punto di massimo spessore t misurata normalmente dal rapporto della sua distanza dal naso e della lunghezza della corda del profilo alare.
c) Il profilo del bordo d'attacco (parte frontale del profilo).
La dipendenza della resistenza dal rapporto t/c è illustrata nel modo migliore dalle misure comparative su profili appartenenti alla stessa famiglia (ad esempio profili simmetrici NACA).



Si sarebbe potuto credere che la resistenza minima di una sbarra circolare o di un cilindro sarebbe stata sicuramente ridotta per mezzo di una forma più allungata e snella. Tuttavia, gli esperimenti suggeriscono

[9] Nell' immagine si può notare l' affusolamento del bulbo e della sezione di deriva e dei winglets su Alinghi, con relativi carichi di pressione e un piano delle linee di flusso passanti per i winglets.

chiaramente che esiste un determinato rapporto di spessore t/c ottimale che produce la resistenza più bassa.
Più specificamente, la carenatura che produce la resistenza minore è quella per la quale il coefficiente di resistenza, ottenuto dividendo la resistenza per unità di lunghezza $(\rho v^2/2)t$, è minimo. Il profilo che ha la minor sezione o il coefficiente totale di resistenza minore è quello la cui lunghezza di corda è circa 4 volte lo spessore t. Se si sceglie una sezione più sottile con una corda più lunga, l'aumento nella resistenza dovuta all'attrito superficiale, a causa della maggior superficie bagnata, compensa e supera la leggera riduzione della resistenza di scia. Viceversa, se si sceglie una sezione con una corda più corta, la riduzione della resistenza dovuta all'attrito superficiale è minore rispetto all'aumento della resistenza dovuta alla scia. Dicendo lo stesso concetto con altre parole, si può dire che una maggior superficie bagnata genera una resistenza d'attrito maggiore. La scia, o resistenza di pressione, diminuisce a causa della riduzione della superficie della parte posteriore del corpo sulla quale agisce la differenza di pressione tra la parte anteriore e posteriore del corpo. Ci deve essere, quindi, un punto dove la resistenza d'attrito addizionale eguaglia la riduzione della resistenza di pressione. Così solo a questo punto rendere la forma più affusolata ridurrà la resistenza totale. Il coefficiente di resistenza C_R aumenta con il rapporto di spessore, dapprima lentamente e poi molto più velocemente. La curva deve diventare molto più ripida a valori corrispondenti al rapporto di pressioni molto più grandi di quelle registrate. Ci sono buoni motivi per ritenere che quando il rapporto t/c si avvicina a 1,0 il coefficiente di resistenza C_R dovrebbe differire solo leggermente dal suo valore per una sezione cilindrica che, per lo stesso numero di Reynolds, è 0,32. Così l'aumento di C_R nell'intervallo di t/c {0,4 , 1,0} deve essere da 0,033 a circa dieci volte il suo valore: un aumento enorme. Per esempio, per la stessa velocità del vento la resistenza di un cavo cilindrico è quasi dieci volte più grande della resistenza di una sezione affusolata simmetrica. La resistenza di una forma tozza, come per es. una sartia o lo strallo, può essere ridotta includendola in una carenatura a forma di profilo alare, come è illustrato nell'immagine.

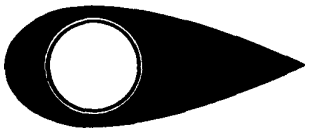


Immagine: La sezione NACA riportata sopra e il cavo, che è dieci volte più sottile, cioè il suo diametro è = 1 /10 t hanno la stessa resistenza. Carenando una sbarra circolare o un cavo è possibile ridurre la resistenza sino a circa 3/4.

Carenature di alluminio o di plastica, che possono girare attorno allo strallo con la funzione di canalette per le relinghe del fiocco o del genoa sono ideate, tra le altre funzioni, per ridurre la resistenza e offrire al vento un bordo d'attacco aerodinamicamente più efficace dello strallo. Se sono disegnate correttamente, esse possono soddisfare questa funzione con risultati eccellenti, difatti nelle imbarcazioni Iacc questo tipo di canaletta affusolata è indispensabile[10]. Tuttavia, le prove in galleria

[10] Anche se questo tipo di canaletta è molto più aerodinamica del normale strallo cilindrico, ma la sua resistenza alle tensioni è talvolta bassa, la rottura della cabaletta in una regata significherebbe l' abbandono (v. scorsa coppa america, rottura della canaletta in carbonio del genoa della barca neozelandese durante il lato di bolina).

del vento non confermano senza riserve l'affermazione dei vantaggi che queste carenature apporterebbero all'efficacia aerodinamica della vela di prua.

4.5.2.4 Aliscafi a vela

A mio parere gli aliscafi a vela sono molto interessanti dal punto di vista aero-idrodinamico, poiché sono delle imbarcazioni che sfruttano al massimo la potenzialità dei profili idrodinamici.

Icarus, raggiunse nel 1972 l' incredibile velocità di 21,6 nodi. *Icarus è* un catamarano Tornado equipaggiato con un sistema di profili alari immersi che gli permettono di sollevare gli scafi dalla superficie libera dell' acqua. L'aliscafo a vela è in grado di navigare sui suoi alettoni in una gamma relativamente limitata di condizioni di mare e di vento e diventa lento o poco maneggevole quando naviga sulle forme del suo scafo. Una velocità del vento di 15 nodi e preferibilmente acque calme sono necessarie per ottenere la velocità minima affinché lo scafo sia sostentato dall'alettone.

Il disegno principale di *Icarus* ha una configurazione aerodinamica: l'elevatore dinamico principale è fornito nella parte anteriore di un cosiddetto «profilo alare penetrante», e il profilo posteriore è costituito da una parte sommersa che ha forma di «T» rovesciata, essa serve come timone e nello stesso tempo segue la linea costituita dal profilo alare di prua. Per ragioni teoriche, e pratiche insieme, i profili alari usati sono del tipo chiamato a «sezione ogivale».Una delle superfici della sezione ogivale presenta un raggio costante mentre l'altra è piatta. Ciò rende possibile un impiego economico sia della mano d'opera sia del materiale necessario (normalmente leghe d'alluminio rinforzate da fibre di carbonio).

Il *Mayfly*[11] di Hansford, è piú piccolo di *Icarus*, usa un sistema simile di profili alari e in occasione delle competizioni di aliscafi a Weymouth nel 1972, è stato considerato, sotto molti punti di vista, come l'imbarcazione di maggior successo. Si alza rapidamente sui propri profili anche con venti moderati.

Una volta alzato sui suoi alettoni e vi rimane stabilmente con venti superiori ai 10 nodi. Sebbene la sua velocità di circa 16,4 nodi con un vento di circa 16 nodi fosse notevole per una imbarcazione di soli 4,6 m non rappresenta il meglio della velocità che questa barca può esprimere.

Le velocità raggiunte da questi primi aliscafi a vela, *Icarus e Mayfly,* durante le prove effettuate negli anni 1972-1976 restano inferiori alla velocità record di 30,4 nodi raggiunta nel lontano 1956 da *Monitor* . Altri dettagli vengono forniti nell'appendice al capitolo , considerando che il *Crossbow II* ha raggiunto nel 1977 i 33 nodi.

[11] Vedi foto catamarano con numero velico 32: il Mayfly completamente sollevato sui propri alettoni.

Un altro eccezionale aliscafo a vela che vale la pena di menzionare è una imbarcazione adatta a traversate oceaniche, il *Williwaw*[12], disegnato da D. Keiper.

Questo aliscafo-trimarano della lunghezza di 9,54 m è in grado di raggiungere i 25 nodi quando è sospeso sugli alettoni. Ha già dato buoni risultati navigando dalla California alle isole Hawaii, a questa imbarcazione sono necessari almeno 13 nodi di vento per sollevarsi completamente sui profili alari. Mancando questo tipo di vento, l'imbarcazione si trasforma in un efficiente trimarano sollevando fuori dall' acqua gli alettoni.

L'idea di imbarcazioni sollevate sull'acqua con basse resistenze all'avanzamento e sostenute da ali che volano o penetrano sotto la superficie dell'acqua, ha attirato l'attenzione dei ricercatori per oltre 80 anni. L'interesse era principalmente dovuto a:

1. Una maggior velocità potenziale degli aliscafi in confronto con altre imbarcazioni.
2. La possibilità potenziale degli aliscafi nel mantenere la rotta e una velocità buona anche in condizioni di mare non ottimali.

Questo ha dato un grande impulso allo sviluppo di molti aliscafi a motore, ottimamente riusciti, e recentemente di aliscafi a vela[13].

di grande importanza rimangono comunque quelli collegati alla stabilità dinamica, alla sicurezza delle strutture e alla cavitazione per velocità superiori a 40 nodi.

Uno scafo equipaggiato con alettoni riceve una spinta verso l'alto che aumenta in proporzione al quadrato della sua velocità.

Di conseguenza, quando l'imbarcazione accelera gli alettoni aumentano la loro spinta per scaricare lo scafo fino a quando, alla velocità di sollevamento, l'intero peso poggia sugli alettoni e la spinta idrostatica sullo scafo stesso si riduce a zero.

Non appena si arriva alla velocità di sollevamento degli alettoni e lo scafo è completamente sollevato al di sopra della superficie dell'acqua, le prestazioni di un aliscafo migliorano in modo significante. Quanto maggiore è la superficie dei profili alari, tanto minore sarà la velocità necessaria per il sollevamento.

Ciò nonostante, la resistenza dei profili alari stessi sarà anche maggiore.

La maggior parte dei problemi del sollevamento degli aliscafi sono dovuti al picco della resistenza specifica.

Normalmente la forza dinamica richiesta per sollevare completamente lo scafo sui profili alari raggiunge il massimo quando ci si avvicina alla velocità di sollevamento. Quindi, non appena la carena è fuori dell'acqua, la spinta richiesta scende al minimo per velocità superiori a quella di sollevamento e poi risale nuovamente. Le superfici penetranti immerse a forma di V e quelle a forma di scala presentano, in genere, una curva di sollevamento inferiore se confrontata con gli alettoni totalmente immersi.

Un certo margine di forza dinamica superiore alla resistenza, particolarmente in caso di mare mosso, è di vitale importanza. Analogamente i profili alari devono essere in grado di produrre una spinta idrodinamica con un certo margine di eccesso rispetto al peso per fornire l'accelerazione verticale necessaria per sollevare l'imbarcazione sino al suo assetto completamente sostentato.

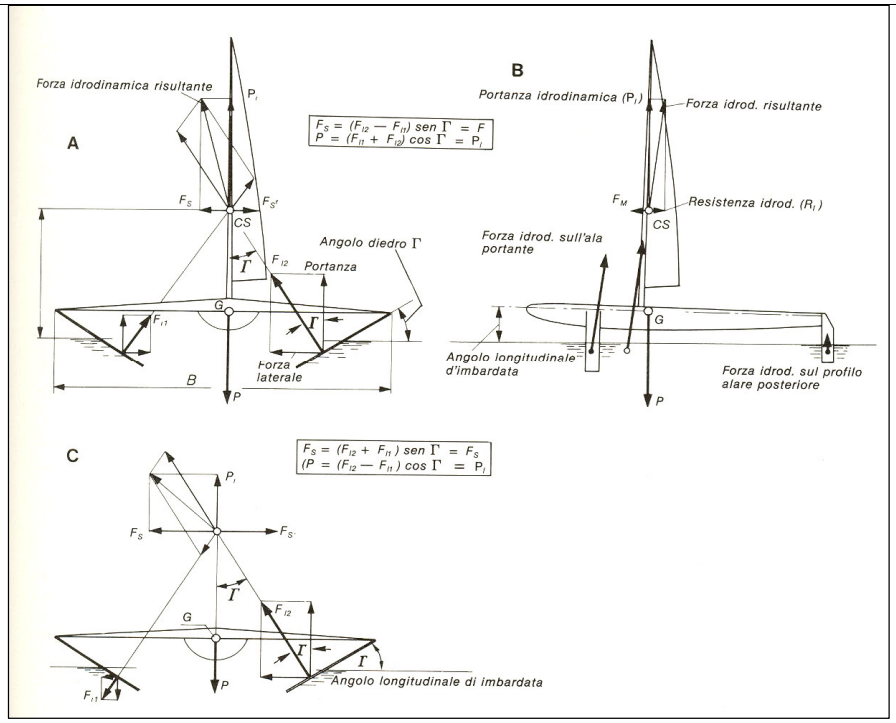
Il sostentamento sugli alettoni non può essere ottenuto in casi particolari a meno che il rapporto tra forza propulsiva e peso della barca non sia di circa 0,13. Nel caso di un aliscafo a vela (che ha notevoli limitazioni per quanto riguarda la forza propulsiva disponibile in condizioni di vento moderato o leggero) gli alettoni immersi e le altre strutture parassite possono contribuire in grande misura a un eccesso di resistenza

[12] Nella foto è visibile il Willaw sostentato sui suoi alettoni di gran lasco.
[13] Vedi l' "Hydroptere".

idrodinamica prima del sostentamento, cosicché l'imbarcazione può non raggiungere la velocità sufficiente a sollevarsi completamente. A questo punto ci si pone una domanda fondamentale: quali sono l'area ottimale e la forma dei profili alari sostentatori per una data imbarcazione?
Come Risposta, R. Baker stabilisce quattro principi fondamentali:

1. Esiste un'unica velocità ottimale di sollevamento V_0 per ogni determinato tipo di imbarcazione. Questa velocità, che può essere calcolata approssimativamente mediante una formula relativamente semplice, dipende principalmente dal peso dell'imbarcazione P e dal rapporto idrodinamico spinta/resistenza. L'aliscafo, come tutti gli scafi plananti, può essere caratterizzato da un rapporto spinta/resistenza che dipende da: il carico reale sugli alettoni, il rapporto $(\frac{v_B}{v_0})^2$, e la velocità dell'imbarcazione V_B.
2. Non ha alcun significato impiegare alettoni con un'area massima diversa da quella correlata con la velocità massima di sollevamento V_0.
3. Prima che un aliscafo raggiunga la velocità ottimale di sostentamento non è possibile guadagnare in termini di velocità mediante l'uso combinato degli alettoni e dello scafo parzialmente sollevato a meno che non ci siano delle appendici parassite sommerse di superficie apprezzabile, indipendenti da quelle dei profili alari.
4. Dopo che un aliscafo ha raggiunto la velocità ottimale di sostentamento non si possono ottenere vantaggi dall'uso degli alettoni combinato con lo scafo
5. parzialmente sollevato a meno che ci sia una variazione significativa del rapporto (P/R_I) dovuto al carico sul profilo alare.

[11] Un modernissimo trimarano equipaggiato con alettoni: L' Hydroptère a una velocità di 39 nodi, possiede una superficie velica di 240 mq e pesa 5 tonnellate, lungo 18 e largo 23 metri riesce a mantenere velocità medie di 25-30 kn, per il problema del moto ondoso si sono adottati degli smorzatori ad azoto da 200 bar che possono reggere sforzi fino a 28 tonnellate (il carico di rottura della struttura è di 22t), uguali a quelli usati per l'articolazione delle ali dell' Airbus A340.



Nell' immagine sottostante la fotografia è rappresentato un diagramma semplificato delle forze in gioco durante la navigazione con un imbarcazione a vela con profili alari sostentatori una volta che lo scafo è sollevato completamente dalla superficie dell' acqua.
Questo diagramma delle forze rispecchia quasi perfettamente le forze in gioco nella foto in cui si vede l' *Hydroptere* di bolina sostentato dai suoi tre profili alari parzialmente sommersi.
Note:

- L' angolo longitudinale di imbardata (angolo d' incidenza degli alettoni laterali, angolo di cabrata o beccheggio per i velivoli) nel caso reale è variabile, tramite gli alettoni sostentatori orientabili sul timone o direttamente orientando gli stessi.
- L' angolo del dietro è anch'esso variabile, la variazione dell' angolo viene data sia dal carico, sia dall' angolo di sbandamento dell' imbarcazione.
- Non è necessario che tutti e due gli alettoni tocchino l' acqua, in certi casi l' *Hydroptere* può viaggiare sbandato solo con il timone e l' alettone sottovento immersi, riducendo quindi la resistenza idrodinamica e l' angolo del diedro, ma d' altra parte aumentando notevolmente il carico e i momenti di torsione sull' alettone portante.

4.6 Glossario

- **Albero:** sostiene le vele fissato verticalmente nello scafo. L'albero di una barca di Coppa America è alto circa 32 metri.
- **Allunamento:** curvatura dei lati di una vela. Nelle barche di Coppa America, in particolare, è determinante l'allunamento della randa nella sua parte superiore.
- **Andatura:** direzione di avanzamento rispetto al vento; le andature portanti (poppa, lasco e gran lasco) sono quelle in cui il vento colpisce l'imbarcazione con un angolo superiore ai 90°; con un angolo di 90° la barca è al traverso, con un angolo di meno di 90° e si naviga di bolina (larga o stretta secondo l'angolo: una barca a regata arriva a "stringere" fino a 35° rispetto alla direzione del vento).
- **Appendici:** chiglia, timone e eventualmente winglets, foil, derive inclinate, timone di prua.
- **Bolina:** navigazione necessaria per raggiungere un luogo che si trova opposto alla direzione del vento. E' il primo lato della regata. La bolina stretta è quando tra la direzione del vento apparente e l'asse della barca è fra 30 e 45 gradi; in bolina larga l'angolo è tra i 45 e i 60 gradi.
- **Boma:** asta rigida perpendicolare all'albero su cui è inserito il lato orizzontale e inferiore della randa, la vela principale.
- **Bordo:** tratto di mare percorso sulla stessa rotta; anche ciascuno dei due lati della barca.
- **Bulbo:** zavorra a forma di siluro all'estremità delle lama di deriva sotto lo scafo. Serve a bilanciare il momento sbandante aerodinamico dato dal vento sulle vele. La zavorra di una barca di classe Coppa America pesa circa 20 tonnellate su 25 di peso totale.
- **Bugna:** anello all'estremità posteriore della vela fissata al boma attraverso il quale viene cazzata o lascata la vela in senso latitudinale, cambiando così la convessità della stessa.
- **Cazzare:** tirare, rendere più tesa una cima per rendere più "piatta"una vela, per issare una vela, o per regolarla.

- **Cima:** cavo tessile in nylon, kevlar, Spectra o Vectran solitamente prestirato.
- **Dislocamento:** peso del volume d'acqua spostato dalla parte immersa.
- **Drizza:** cima utilizzata per issare una vela.
- **Fiocco o genoa:** vela di prua a taglio triangolare, con un lato inferito o ingarrocciato nello strallo di prua. Il genoa è di taglio simile e dimensioni maggiori.
- **Gran lasco:** quando tra la direzione del vento e della barca c'è un angolo di circa 135°.
- **Garrocci:** piccoli ganci fissati sul lato prodiero della vela di prua che servono a fissare quest'ultimo allo strallo.
- **Iacc:** International America's Cup Class, le barche della classe Coppa America che devono rispettare i parametri di costruzione previsti. La formula di stazza prevede (a grandi linee) la somma di lunghezza e superficie velica divise per il dislocamento. Il risultato deve dare 24.
- **Inferitura:** lato prodiero di una vela, viene inferito all'albero o a uno strallo.
- **Lascare:** diminuire la tensione di una cima o di una scotta in forza: in quest'ultimo caso si rende più "gonfia" una vela.
- **Lasco:** andatura con il vento tra il traverso e il "giardinetto" (circa 120 gradi rispetto all'asse della barca.
- **Nodo:** unità di misura per indicare la velocità in mare e corrispondente a un miglio marino all'ora.
- **Orzare:** dirigere la prua della barca nella direzione da cui proviene il vento Pala del timone: parte immersa del timone.
- **Poggiare:** allontanare la prua dalla direzione da cui proviene il vento.
- **Poppa:** lato posteriore della barca. Si usa però anche per definire l'andatura con il vento in poppa.
- **Prua:** parte anteriore di un'imbarcazione.
- **Randa:** è la vela principale, di forma triangolare, inferita sull'albero (lato verticale) e sul boma (lato orizzontale).
- **Risalire:** navigare verso un punto sopravvento.
- **Rotta:** percorso effettivo di un'imbarcazione.
- **Sartie:** cavi di acciaio che sostengono l'albero.
- **Scafo:** indica il corpo completo di un'imbarcazione esclusi l'attrezzatura e l'armamento.
- **Scarroccio:** spostamento laterale di un'imbarcazione per effetto della pressione del vento sulle vele (forza sbandante).
- **Scotta:** cavo tessile che fissato al punto di scotta di una vela (al boma nel caso della randa) si utilizza per regolarla e orientarla.
- **Sopravvento:** più vicino alla sorgente del vento.
- **Sottovento:** più lontano dall'origine del vento.
- **Strallo:** cavo d'acciaio che sostiene l'albero verso prua.
- **Strambare:** cambiare bordo in un'andatura di poppa. Il corrispondente di virare in andatura di bolina.
- **Trozza:** articolazione del boma sull'albero.
- **Vang:** paranco idraulico fissato tra piede d'albero e boma .
- **Virare:** cambiare bordo in un'andatura di bolina.
- **Winglet:** profili idrodinamici biconvessi simmetrici posizionati sul bulbo.
- **Foil**: alettoni sostentatori immersi parzialmente nell'acqua .

5.0 Altre importanti applicazioni nel campo navale

Il recente aumento nella progettazione e produzione di imbarcazioni sempre più veloci ha reso particolarmente critici i problemi legati alle prestazioni idrodinamiche dello scafo e delle sue appendici, all'interazione idroacustica (vibrazioni) e strutturale tra la carena ed il sistema propulsivo ed, in generale, al confort di bordo. La crescente bisogno di massimizzare le prestazioni ha diretto, dunque, la ricerca verso l'applicazione e lo sviluppo di studi dei principi fluidodinamici in grado di fornire risposte e suggerimenti con un elevato grado di precisione. In questo scenario, il ricorso alla sperimentazione e lo studio dell' idrodinamica costituisce uno strumento strategico, che si rivela particolarmente importante per lo studio rivolto ai problemi derivanti dall' interazione idrodinamica dello scafo con le appendici, i sistemi di manovrabilità e i sistemi di propulsione.

5.1 L' elica marina

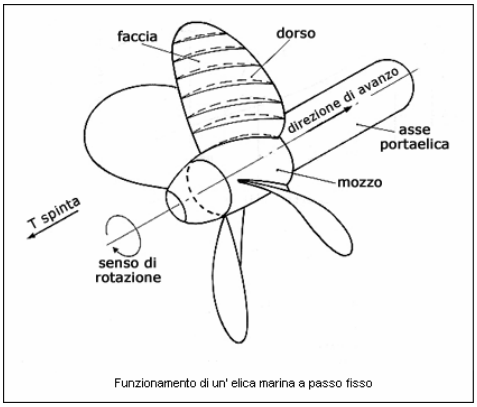
Ho trovato utile presentare questo esempio di applicazione della fluidomeccanica che distanziasse un po' dalla vela per mostrare aspetti pratici delle teorie che ho trattato in precedenza come la cavitazione.
Storia dell' elica marina:
Le prime navi a propulsione meccanica adottavano, come propulsori, delle ruote a pale, analoghe a quelle dei mulini ad acqua, poste sulle fiancate all'esterno dello scafo, direttamente condotte dalla motrice.
Verso la metà dell'ottocento fece la sua comparsa l'elica, propriamente chiamata "elice propulsatore".
Ma ancora nel 1854 l'Ammiragliato di Sua Maestà Britannica aveva dei dubbi sull' effettiva superiorità dell' elica nei confronti della ruota.
Tanto che fu organizzato un vero e proprio "tiro alla fune" fra due bastimenti di tonnellaggio e potenza motrice pressappoco uguali, l'uno a ruote, l'altro ad elica.
Vinse quello ad elica, il quale riuscì a rimorchiare all' indietro ad una velocità di due nodi il rivale a ruote.
Ora esaminiamo il funzionamento del propulsore idrodinamico per antonomasia, quello che equipaggia la stragrande maggioranza delle navi e delle imbarcazioni di tutto il mondo: L'elica marina.

5.1.1 Dinamica dell' elica

Il funzionamento dell'elica è quello tipico di una pompa volumetrica. Infatti essa prende l'acqua da una parte e la spinge dalla parte opposta rispetto al proprio asse di rotazione.
La pala spinge l'acqua poiché essa è soggetta a una portanza, data dal suo angolo di incidenza φ e la velocità del flusso data da:

$$v = v_T = \omega r$$

Dove: v è la velocità del flusso, che in questo caso equivale alla velocità tangenziale v_T (caso trattato anche nel capitolo 3.6)
Per il principio di azione e reazione, l'acqua spinta dall'elica esercita sull'elica stessa una reazione di intensità uguale all'azione subita e di direzione opposta.



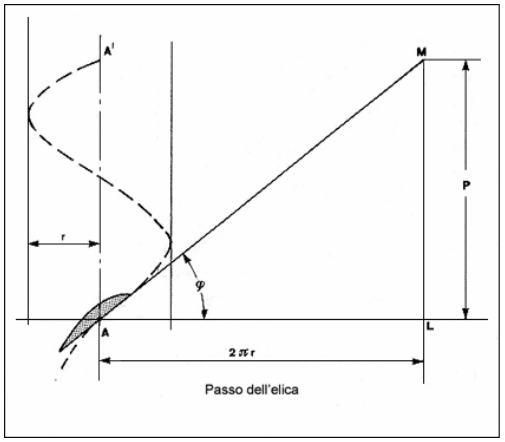
Funzionamento di un' elica marina a passo fisso

Questa reazione è proprio la spinta che, tramite il mozzo dell'elica, la linea d'assi ed un dispositivo chiamato "cuscinetto reggispinta", l' elica impartisce all'' imbarcazione.
Questo modo di funzionare dell'elica comporta un certo numero di proprietà diverse.
La prima:
l'azione di spostare l'acqua è esercitata dalle pale dell'elica.
Dal punto di vista storico, ne deriva che l'elica è la naturale evoluzione della ruota: le pale si muovono su piani differenti nei due casi, ma si tratta sempre di pale.
Dal punto di vista meccanico, ne deriva che le pale sono soggette ad una pressione distribuita su tutta la loro superficie e ad un momento flettente e torsionale la cui azione va in definitiva a scaricarsi in corrispondenza dell'attacco delle pale al mozzo, e di conseguenza sull'intero mozzo.
La seconda:
l'acqua, spinta da una parte all'altra, acquista una certa velocità.
Via via che la velocità aumenta, cresce la spinta prodotta, ma cresce anche la possibilità del distacco di una porzione della massa d'acqua dal dorso della pala.
Si innesca così la cavitazione (v. capitolo 3.6), il quale provoca una netta diminuizione della spinta (portanza delle pale) ed una diffusa corrosione della pala.
E' questo un motivo importante che induce a limitare il regime di rotazione delle eliche.
La terza. La massa di acqua spostata ad ogni giro dell'elica è proporzionale al diametro dell'elica ed alla inclinazione della pala rispetto ad un piano perpendicolare all'asse di rotazione.

5.1.2 Il passo

L'inclinazione delle pale dell' elica individua in modo univoco un importante parametro delle eliche: il passo (pitch in inglese), indicato con la lettera P.
Il passo è definito dalla formula:

$$\tan\varphi = \frac{P}{2\pi r}$$



Esso può essere definito come la lunghezza della proiezione, sull'asse di rotazione dell'elica, nel riferimento cartesiano Oxyz della traiettoria percorsa da un punto qualunque della pala mentre l'elica compie un giro completo avanzando ad una velocità V (vedi figura). Il movimento di questo punto è descritto dalla linea tridimensionale detta elica cilindrica di raggio r e passo P, le quali coordinate parametriche spaziali sono:

$$\begin{cases} x = \dfrac{\vartheta}{2\pi} P \\ y = r\cos\vartheta \\ z = r\sin\vartheta \end{cases}$$

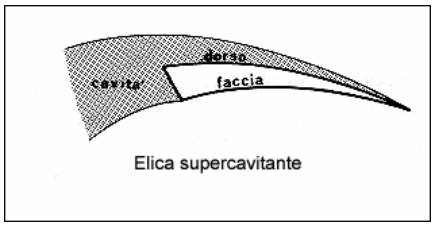
La curva è inscritta nel cilindro C di equazione $y^2 + z^2 = r^2$, e la sua proiezione nel piano Oxy è la sinusoide di ampiezza r e di lunghezza d' onda P di equazione:

$$y = r\sin(2\pi\frac{x}{P})$$

Dal punto di vista cinematico, l' elica cilindrica è anche la traiettoria descritta da un punto in movimento in moto elicoidale uniforme, composto da un moto circolare uniforme nel piano Oyz di velocità angolare ω, raggio r e centro O, e da un moto rettilineo uniforme lungo l' asse x di velocità v.
Le equazioni che descrivono questo moto nello spazio sono:

$$\begin{cases} x = vt \\ y = r\cos\omega t \\ z = r\sin\omega t \end{cases}$$

Dove $\vartheta(t) = \omega t$.
Da notare il fatto che nelle eliche marine moderne si dovrebbe parlare di "passo medio", poiché l' angolo di incidenza delle pale dell'elica varia inversamente[14] alla distanza dal mozzo dell' elica, poiché così facendo, la distribuzione di portanza sulla superficie delle pale risulta semiellittica, diminuendo così il rischio di innescare una cavitazione parziale all' estremità dell' elica (tip cavitation, vedi foto in copertina) e diminuendo notevolmente la resistenza indotta (downwash[15] ridotto alle estremità delle pale). Tuttavia questo accorgimento non basta e in certe occasioni la cavitazione avviene comunque (la caduta di pressione data dall' urto con il bordo d' entrata delle pale è tale da raggiungere valori per i quali si verifica la cavitazione).
Maggiori sono diametro e passo, maggiore è la massa di acqua spostata ad ogni giro e maggiore è dunque la spinta impressa alla nave.
Da questo punto di vista, dunque, le migliori eliche sarebbero quelle con grande diametro e molto caricate, cioè con grande passo. Quest'ultimo, però, facilita l'insorgere della cavitazione, come detto in precedenza.
In definitiva, l'elica davvero considerata migliore è quella che ha il massimo possibile diametro ed il minimo possibile regime di rotazione.
E' questa la ragione per cui sulle grandi navi si installano eliche grandi e lente.
E' tipico il caso delle moderne navi petroliere, destinate ad effettuare lunghe navigazioni a velocità costante e moderata, intorno ai 13- 14 kn.
Motore ed elica ruotano ad un regime di 60-70 rpm, realizzando il sistema propulsivo con il massimo rendimento idrodinamico globale.
Lo sviluppo della ricerca applicata ha consentito di mettere a punto, eliche adatte a tipi differenziati di navi ed imbarcazioni, superando i limiti dell'elica tradizionale.
Così, sono state realizzate, eliche in grado di invertire l'inclinazione delle pale rispetto al piano trasversale (eliche a passo variabile). In grado,



Elica supercavitante

[14] Più precisamente $\tan\alpha$ varia in ragione inversa di r. In alcuni casi invece la variazione dell' angolo di incidenza risulta linearmente dipendente a r, cosicchê ogni sezione di pala risulta avere un angolo che diminuisce regolarmente, questa variazione di incidenza è detta angolo addizionale di calettamento.
[15] Flusso deviato verso il basso dovuto alla portanza della pala, responsabile della formazione di moti vorticosi all'esterno dell' elica.

cioè, non solo di posizionare le pale nelle due posizioni "marcia avanti" e "marcia indietro", ma anche di variare con continuità il passo.
In questo modo, la spinta generata dall'elica può variare a sua volta in modo continuo. Di conseguenza la motrice non ha necessità di variare il numero di giri col variare della potenza richiesta.
Per le imbarcazioni veloci si adottano eliche cosiddette "supercavitanti"(v.immagine). Queste sono caratterizzate dal fatto di fornire prestazioni soddisfacenti ad elevati regimi di rotazione, e in regime completamente cavitante.
Un analogia possibile sarebbe come quella della turbina per gli aerei a reazione.

5.1.3 Coppia, spinta e potenza di un'elica

Quando l'elica è soggetta a un moto di traslazione uniforme, le pale interagiscono con il fluido come se venisse alterato l'angolo di incidenza, poiché alla velocità dovuta alla rotazione dell' elica si somma perpendicolarmente al piano di rotazione quella di traslazione, e quindi la velocità relativa delle pale viene deviata e ridimensionata.
Per avere la massima efficienza dell'elica, bisogna che le pale abbiano la velocità e l'angolo di incidenza rispetto alla velocità relativa ottimale, ossia i valori di v e α tali che il c_p[16] è massimo e c_r minimo.

5.1.3.1 Progettazione inversa di un'elica

La progettazione di un' elica e di tutti i suoi elementi geometrici e meccanici atti a dedurne la spinta e la coppia è molto impegnativa, questo sistema di progettazione inverso (inverse design), la quale si avvale di diverse approssimazioni, sempre più precise grazie all' avvento della fluidodinamica computazionale (vedi cap. 6.0).Questo metodo di progettazione si basa sulla teoria di Prandtl e Betz, applicata con successo da Larrabee e basato sulla distribuzione ottimale della circolazione della pala dell'elica e relazioni tra corda e angolo di incidenza per un elica ottimale.
Secondo Larrabee, l' efficienza teorica di un' elica, tenuto conto dei vari angoli aggiuntivi di calettamento e quindi dei diversi c_r presenti ai diversi raggi r è data da:

$$\eta = \eta_i \frac{1}{T}\int_0^1 \frac{\tan\varphi}{\tan(\varphi+\varepsilon)}\frac{dT}{d\xi}d\xi$$

Con:

$$\varepsilon = \frac{c_r}{c_p},\quad \xi = \frac{r}{R},\quad \tan\varphi = \frac{V}{\Omega r}\eta_i,\quad \eta_i = \frac{1}{1+\frac{v'}{V}},\quad \frac{\omega}{\Omega} \approx \frac{2v'(V+\frac{v'}{2})}{R^2\Omega^2},\quad H = \frac{TV}{\eta}\quad P = C\omega$$

Dove:
T: Spinta, R: raggio dell'elica, r: posizione radiale sull' elica, V: velocità di traslazione, Ω: velocià di rotazione, ω: velocità angolare, v': velocità del flusso uscente rispetto a V, H: Potenza in cavalli vapore, C:coppia motrice (uguale alla coppia di resistenza idrodinamica in caso di giri costanti).

Nota:
1) Per ricavare la spinta, η non è ancora conosciuto, ma può essere facilmente stimato partendo da v' o più precisamente da η_i.

[16] Coefficiente di portanza, vedi cap. 3.3.4

2) Una volta stimato il rendimento e verificato che non si scosta molto dal valore ideale, si può controllare R, e se questo ultimo risulta essere tropo piccolo (e la corda troppo grande) bisogna ricalcolare tutto con un R più grande o un c_p maggiore, tuttavia il raggio deve essere limitato tenendo conto che ad una certa velocità tangenziale si innesca la cavitazione.[17]
3) Il rapporto ε contribuisce direttamente e in buona parte all' efficienza dell' elica quando la spinta è alta, mentre in casi normali l' effetto di ε è piccolo.
4) Un metodo più approssimativo e nello stesso tempo più semplice per calcolare la spinta, la coppia e il rendimento di un elica ü dato da:

$$T = \rho \tau R^4 \omega^2$$

$$C = \rho k R^5 \omega^2$$

Dove τ, k, sono rispettivamente il coefficiente di spinta e di coppia.
La potenza fornita al fluido è data da:

$$P = C\omega = \rho k R^5 \omega^3$$

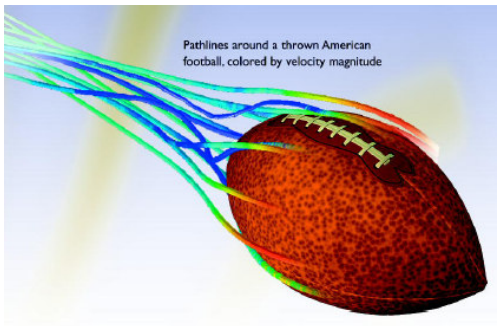
Dato che il rendimento si può esprimere come il rapporto tra potenza utile TV e la potenza fornita al fluido $\rho k R^5 \omega^3$, esso risulta:

$$\eta = \frac{TV}{\rho k R^5 \omega^3} = \frac{\rho \tau R^4 \omega^2}{\rho k R^5 \omega^3} V = (\frac{V}{R\omega})\frac{\tau}{k}$$

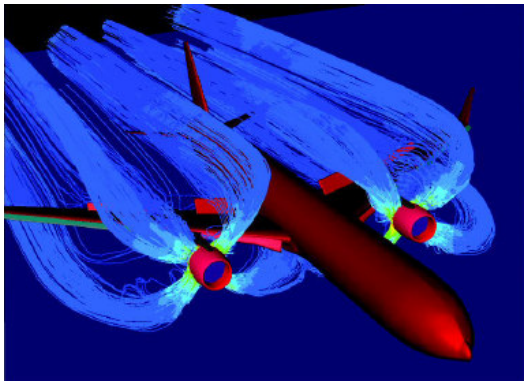
Dove $(\frac{V}{R\omega})$ è detto coefficiente di avanzamento.
Note:
τ, k sono coefficienti che variano da elica in elica, ricavabili sperimentalmente. Per ogni elica è possibile tracciare il diagramma che in funzione del coefficiente di avanzamento dia l'andamento di τ e k.

[17] Nel caso di elica per aerei il problema si presenta quando la velocità tangenziale dell' elica supera quella del suono, in questo caso occorre quindi adattare R in funzione del numero di Mach

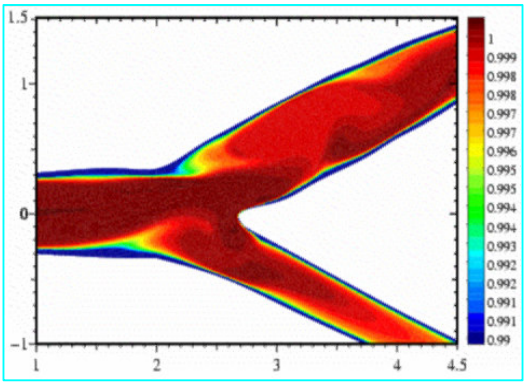
6.0 La fluidodinamica computazionale



Negli ultimi anni, grazie al progresso dell' informatica, si è riusciti a sviluppare programmi che usano la potenza di calcolo di processori per simulare la dinamica di un fluido con un livello di precisione mai raggiungibile senza l' aiuto del computer, oltre a questo è possibile ottenere una quantità di dati impressionante relativa al sistema fluido studiato.
Questi programmi di fluidodinamica sono oggi usati in moltissimi campi diversi, come ad esempio Aeronautica, Sport, Costruzione di turbine, automobilistica, ambiente, biomedico ecc.
Esistono oggi numerosi software di tipo commerciale che risolvono in questa maniera le equazioni della fluidodinamica. Tra i più noti troviamo CFX, Fluent, KIVA, NUMECA, Phoenics, STAR-CD ed altri.



Il moto di un fluido, considerato quale continuo omogeneo, è governato, in normali condizioni di temperatura e pressione, dalle equazioni di Navier-Stokes, le quali traducono in un sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali (PDE) le leggi non lineari fondamentali di conservazione della massa, della quantità di moto e dell' energia.
La fluidodinamica computazionale (CFD) si occupa delle molteplici tecniche di approssimazione numerica di queste equazioni.
L'approccio tipico richiede di discretizzare il dominio fluido in celle elementari così da ottenere una griglia di calcolo (anche detta mesh), sulla quale applicare dei metodi di risoluzione iterativi al fine di risolvere le equazioni di Navier-Stokes.



Sebbene sia possibile risolvere direttamente le equazioni di Navier-Stokes nel caso di flussi laminari, i flussi turbolenti richiedono l'ausilio di un modello di turbolenza. In tal caso viene utilizzata una formulazione mediata della turbolenza (formulazione RANS) che richiede l'utilizzo di una o due ulteriori equazioni per la chiusura del problema.
In molti casi di studio devono essere risolte anche altre equazioni contemporaneamente alle equazioni di Navier-Stokes e alle equazioni del modello di turbolenza. Queste ulteriori equazioni (generalmente di tipo convettivo - diffusivo) possono comprendere quelle relative alla concentrazione di specie diverse (flusso stratificato), di reazioni chimiche (flussi reagenti), irraggiamento termico (termofluidodinamica), ecc.

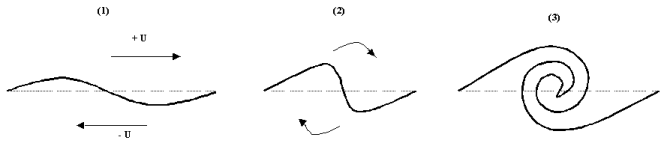
Problemi più complessi richiedono la modellazione di ulteriori fenomenologie, come nel caso dei flussi bifase (ad esempio gas / liquido) o nel caso di fluidi non Newtoniani (v. cap. 1.1 i fluidi).
Uno dei maggiori problemi legati alla simulazione consiste nella difficoltà di rappresentare geometrie particolarmente complesse, utilizzando come elementi costituzionali solo quadrati e poliedri, tipiche di molte configurazioni di tipo aeronautico (nel caso di un profilo aerodinamico la superficie tridimensionale a curvatura variabile nelle tre dimensioni).
Le visualizzazioni tridimensionali[18] di un oggetto investito da un fluido possono comprendere diverse proprietà legate al flusso e all' oggetto, ad esempio i carichi di pressione, le linee di flusso, i gradienti di velocità e l' intensità delle forze fluidodinamiche agenti sul corpo.
In copertina ci sono delle immagini ottenute con Fluent, dove all' intensità di diverse grandezze associate al moto del fluido intorno al corpo è associata una gradazione cromatica che va dal blu al rosso.

7.0 Instabilità fluidodinamiche

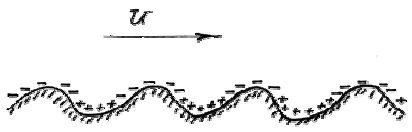
In questo particolare capitolo tratterò alcuni casi di instabilità fluidodinamiche, presenti ovunque, spesso ignorati, ma di grande importanza per la comprensione di diversi fenomeni come l' aeroelasticità e l' aeroacustica. Queste instabilità possono inoltre essere di aiuto nelle opere di ingegneria civile (vedi crollo del ponte sospeso Tacoma Narrows nel 1940).

7.1 Instabilità di Kelvin-Helmotz

Per l' instaurarsi di una instabilita di Kelvin-Helmoltz, bisogna che vi sia una sistema fluido multifase, caratterizzato da due fluidi di densità diversa che si muovono l' uno rispetto all' altro.
Per rompere la situazione di equilibrio nello scivolamento dei due fluidi, basta che si crei una turbolenza infinitesimale sull' interfaccia dei due fluidi, questo fa si che si comincino a formare delle onde di superficie tra i due fluidi, conosciuta come occhi di gatto di Kelvin (3).



Un esempio banale di instabilità di Kelvin-Helmoltz è l'increspatura della superficie di un lago calmo in presenza di una leggera brezza. Considerando la figura qui accanto si può capire qualitativamente la ragione della formazione delle onde di superficie dovute a una brezza, notiamo dapprima l' andamento della pressione lungo il dorso e il cavo dell' onda, per l' equazione di Bernoulli la pressione diminuisce sulla cresta e aumenta nel cavo.



Questa situazione, se si tiene conto che le onde si trovano in un fluido, fa si che si instauri un meccanismo di forzatura dell' oscillazione del pelo libero dell' acqua, causando così la formazione di un treno di onde continuo nello spazio e nel tempo,almeno fino a che vi sia un dato gradiente di velocità tra i due fluidi (aria-acqua).

[18] Immagini:una palla da football americano, sono illustrate alcune linee di flusso colorate secondo la velocità, un aereo da trasporto con il flusso emanato dalle turbine in spinta completamente invertita (decelerazione dopo l' atterraggio), concentrazione di ossigeno nel flusso sanguineo all'' altezza della biforcazione della carotide.

7.1.1 Il numero di Richardson

Questo tipo di instabilità si può prevedere grazie al numero di Richardson (Ri), tipicamente questo tipo di instabilità si manifesta con numeri di Richardson minori di 0,25.
Il Numero di Richardson è il rapporto tra l'energia potenziale dei fluidi (responsabile della stabilità della stratificazione) e l' energia cinetica dei fluidi (responsabile dell' instabilità), ed è espresso come: $Ri = \frac{gh}{v^2}$, dove h è una lunghezza caratteristica del dominio fisico, v rappresenta la velocità caratteristica del fluido, oppure: $Ri = \frac{1}{\sqrt{Fr}}$, dove Fr è il numero di Froude.
Se Ri>1 la stratificazione è molto forte, di conseguenza qualsiasi perturbazione viene smussata e la turbolenza non ha modo di evolvere (sistema stabile), se Ri è invece molto superiore dell'unità gli effetti gravitazionali sono predominanti e quindi l'energia cinetica è insufficiente per "omogeneizzare" il fluido.

7.2 Vortici di Von Karman

Nei corpi con sezione profilata immersi in una corrente fluida, lo strato limite aderisce all'oggetto su tutta la superficie, per cui non si ha distacco di vena e, di conseguenza, non si verifica la formazione di vortici. Al contrario, corpi tozzi (bluff-bodies), aventi una dimensione caratteristica D, proiettata in un piano normale alla direzione del flusso incidente, come ad esempio un cilindro a sezione circolare, sono soggetti ad una elevata forza di resistenza. Se tali corpi sono immersi in una corrente fluida di velocità v (avente una densità ρ e una viscosità dinamica μ), per numeri di Reynolds $\mathrm{Re} = \frac{\rho v D}{\eta} \geq 0{,}8 \cdot 10^3 - 10^3$ si ha formazione e distacco di vortici (Vortex Shedding).
Il distacco dello strato limite che si instaura su tali profili crea una sia di vortici alternati controrotanti che producono forze di resistenza e di portanza variabili nel tempo, anche se la velocità del flusso incidente ha modulo e direzione costante. A causa delle asimmetrie che la scia produce nel campo di velocità e di pressione, insorgono forze di direzione trasversale e longitudinale, variabili nel tempo con frequenza pressoché costante.

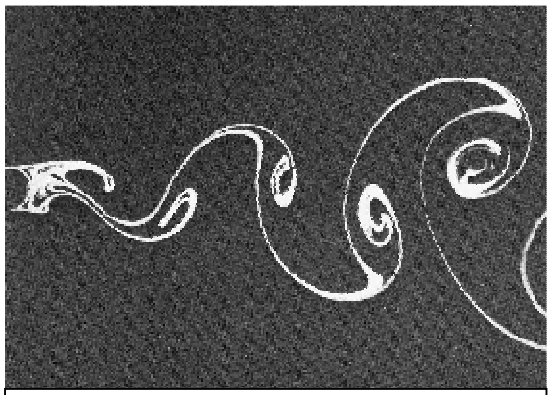


Immagine : Vortici di Von Karman nella scia di un cilindro

La frequenza del distacco dei vortici di Von Karman è detta frequenza di Strouhal f_s, ed è data dalla relazione: $f_s = \frac{St \cdot v}{D}$, dove St è il numero di Strouhal, costante che dipende dalla geometria dell' oggetto, ad esempio per un cilindro a sezione circolare vale 0,2.
La portanza in funzione del tempo risulterà quindi, secondo il teorema di Kutta-Jukowsky: $P(t) = P_0 \sin(2\pi f_S t)$

7.2.1 Fenomeni legati ai vortici di Von Karman

Molti fenomeni, detti aeroelastici, che interessano l' ingegneria civile e aeronautica, devono la loro esistenza alla comparsa dei vortici di Von Karman.

7.2.2 Il Lock-in

Se si suppone che il cilindro abbia una massa M e sia supportato elasticamente da una molla di costante elastica k, si pone il problema di evitare che la frequenza f_s, o suoi multipli, della forza di portanza P(t) non sia troppo vicina alla frequenza propria $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ del sistema meccanico. Un'analoga considerazione vale per la forza di resistenza R(t), con la differenza che questa pulsa con frequenza $2 f_s$, ossia doppia di quella di P(t). Ci si rende conto di questo notando che, mentre è necessario che si sia compiuto il distacco di due vortici controrotanti affinché la portanza compia un'oscillazione completa, è sufficiente il distacco di un solo vortice di ogni schiera per generare il pericolo della resistenza. L'entità della resistenza è tuttavia inferiore a quella della portanza è perciò meno influente. Quando l'oggetto è libero di vibrare in direzione ortogonale alla vena, se la frequenza propria di vibrazione del corpo $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ coincide con la frequenza f_s, esso, eccitato in risonanza, inizia ad oscillare. Mentre nel caso di cilindro fisso il distacco di vortici avveniva disordinatamente nelle varie sezioni lungo il profilo originando forzanti aleatori, ora in tali condizioni per effetto della vibrazione esso si sincronizza con la vibrazione stessa. La conseguenza è che si genera una forza quasi armonica, con frequenza sincronizzata con la vibrazione. Si verifica cioè un sincronismo tra il distacco dei vortici e l'oscillazione che aumenta l'intensità della forza alternata della portanza. Queste oscillazioni vengono normalmente smorzate dalla struttura, ma in casi particolari si ha una divergenza delle oscillazioni, questa provoca normalmente il collasso della struttura a causa degli sforzi troppo elevati.

7.2.3 Il Flutter

Il fenomeno del flutter è una vibrazione aeroelastica autoeccitata che si instaura in una struttura in moto relativo rispetto a un fluido o viceversa, quando si verificano particolari condizioni. Il flutter può sempre verificarsi negli aeromobili come nei ponti sospesi e/o altre strutture nell'ambito dell'ingegneria civile, è legato alle variazioni delle forze aerodinamiche conseguenti al diverso orientamento che le parti della struttura, a causa delle loro stesse oscillazioni, assumono rispetto alla direzione del vento relativo. Nel caso di un ponte sospeso il fenomeno del lock-in fa si che il ponte cominci a oscillare sull' asse longitudinale, in questo caso invece di oscillazione possiamo parlare di oscillazioni torsionali, dato che il ponte si torce armonicamente. Questa torsione fa si che il ponte abbia un angolo di incidenza variabile rispetto al vento, e che passa da positivo a negativo, determinando una portanza che varia armonicamente nel tempo, quindi questa forza variabile cede energia al ponte, il quale la assorbe tramite lo smorzamento dato dalla struttura.
Se la frequenza della variazione della portanza assume valori che siano multipli di quella propria della struttura, si ha un aumento esponenziale dell' ampiezza dell' oscillazione e quindi anche dell' energia fornita alla struttura, e quando questa è maggiore rispetto a quella dissipata dallo smorzamento si ha una divergenza delle oscillazioni (torsionale in questo caso) che porta in breve tempo al collasso strutturale.

Questo è il fenomeno che ha causato il crollo del ponte sospeso Tacoma Narrows nel 1940.

7.3 Instabilità di Rayleigh-Taylor

L' instabilità di Rayleigh-Taylor si presenta nel momento in cui un fluido pesante è sospeso su di uno più leggero in presenza di un campo gravitazionale diretto verso quest' ultimo.
Una benché minima perturbazione della superficie fa si che il fluido più denso cada in direzione del campo gravitazionale, raggiungendo la situazione di equilibrio, in cui il fluido più denso stia più in basso rispetto a quello meno denso.
Questo tipo di instabilità tuttavia si può riscontrare anche partendo da una situazione in cui compaia un unico fluido, il quale viene riscaldato dal basso, diventando così meno denso e creando una stratificazione termica instabile, che evolve inversamente alla situazione precedente verso una situazione di equilibrio, questo fenomeno è conosciuto come convezione.
Questa è una disposizione "top-heavy" potenzialmente instabile poiché, nonostante la viscosità, il fluido mostra la tendenza a ridistribuirsi quando il gradiente di temperatura supera un certo valore critico.

7.3.1 Il numero di Rayleigh

Il parametro adimensionale che determina per data geometria e tipo di fluido se il gradiente di temperatura mantenuto è in grado di innescare o meno l'instabilità di Rayleigh-Taylor è noto in letteratura come numero di Rayleigh (Ra), definito da:
$Ra = \frac{g\alpha\Delta T d^3}{\nu\kappa}$, dove α è il coefficiente di espansione termica, ν la viscosità cinematica e κ è la diffusività termica (data da $\kappa = \frac{k}{\rho C_p}$, dove k è la conducibilità termica, ρ è la densità e C_p è il calore specifico).

Ad esempio, nella configurazione in cui la superficie superiore è chiusa (configurazione di Bérnard) si ha l' innesco della convezione (instabilità) con Ra>1700, mentre se la superficie superiore è libera l' instabilità si manifesterà con valori di $Ra \approx 1100$.

8.0 Esperienze condotte in laboratorio

Per questo lavoro di maturità ho deciso di svolgere due esperienze in laboratorio, delle quali una non è riuscita per via di problemi a livello di materiale, mentre l' altra è riuscita, dando dei risultati abbastanza soddisfacenti, anche se non ho potuto ricavare nessuna misura che mi ha permesso di calcolare le diverse grandezze del caso.

8.1 L' esperienza della cavitazione

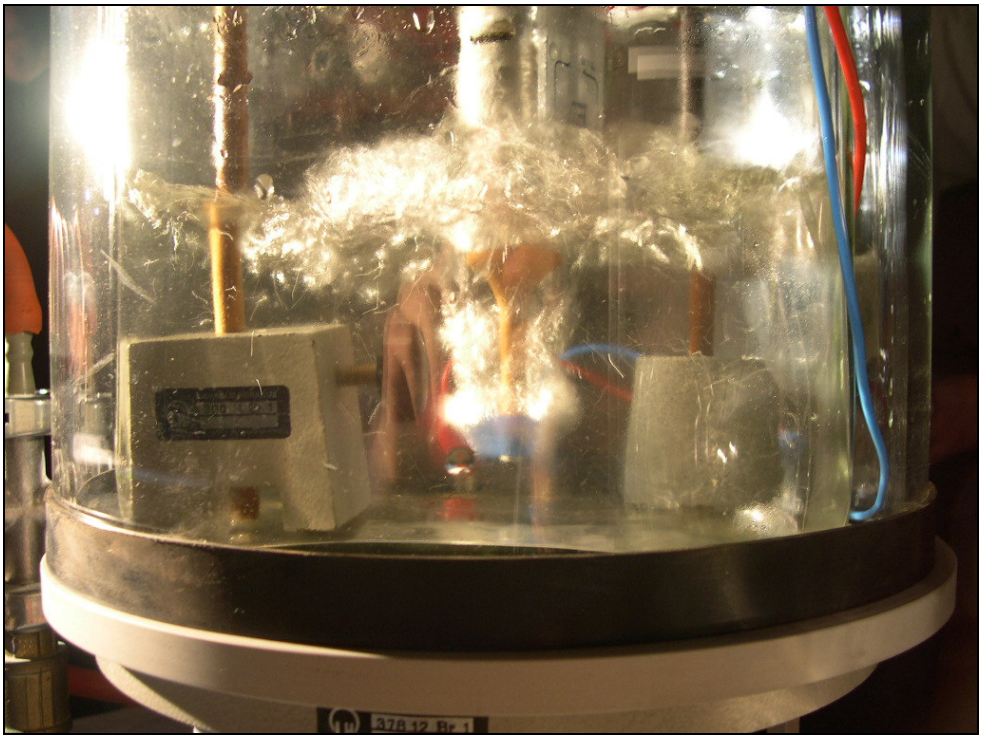
Prima di iniziare a fare quest' esperienza non pensavo riuscissi a farla in modo da vedere qualcosa, la mia prima idea era quella di scaldare una vasca in vetro riempita d' acqua abbastanza grande fino a raggiungere una temperatura vicina ai 100°C per poi costruire un asse con un elica marina a passo fisso da idromodellismo da collegare a un motore da 12V con una potenza massima di circa 700W.
Dopodichè fare girare l' elica nella vasca riscaldata fino a che la depressione formata dall' elica sul dorso della pala era tale da innescare l' ebollizione dell' acqua intorno all' elica.
Quest' idea la scartai poiché presentava notevoli ostacoli a livello di attrezzatura.
La seconda idea (e quella buona) mi si presentò in occasione di una discussione sulla campana del vuoto con il prof. Boffa.

Perché non ridurre la pressione del sistema vasca – motore - elica quasi fino al punto di ebollizione dell' acqua a temperatura ambiente, e creare la restante differenza di pressione necessaria a l' ebollizione dell' acqua con l'elica?

8.2 Preparazione

La preparazione di questa esperienza è stata piuttosto complessa, mi ci sono volute all' incirca 5-6 ore per riuscire a completarla, i principali problemi che mi si sono presentati sono:

- Lo spazio:la vasca, il motorino, l'asse e l'elica con la relativa impalcatura per tenere il motore verticale doveva starci all'interno della campana di vetro, la quale è piccola per tutto questo materiale.
- Il collegamento elettrico del motore con un regolatore di tensione all' esterno della campana: questo è stato un problema piuttosto complicato da risolvere, poiché i cavi dovevano passare dall' esterno all' interno della campana di vetro sotto vuoto, senza far passare dell'aria, altrimenti il vuoto non si sarebbe formato, ho usato della plastilina per sigillare l' entrata dei cavi sotto la suoletta in gomma dove appoggiava la campana.
- Lo spostamento della massa d'acqua da parte dell'elica: dovendo far girare l'elica a una notevole velocità angolare, si poneva il problema del posizionamento del motore vicino all' acqua, poiché avvicinandolo troppo alla superficie dell'acqua il rischio era quello che entrasse acqua nel motore, mentre alzandolo troppo, non entrava nella campana o l' elica non era abbastanza immersa.

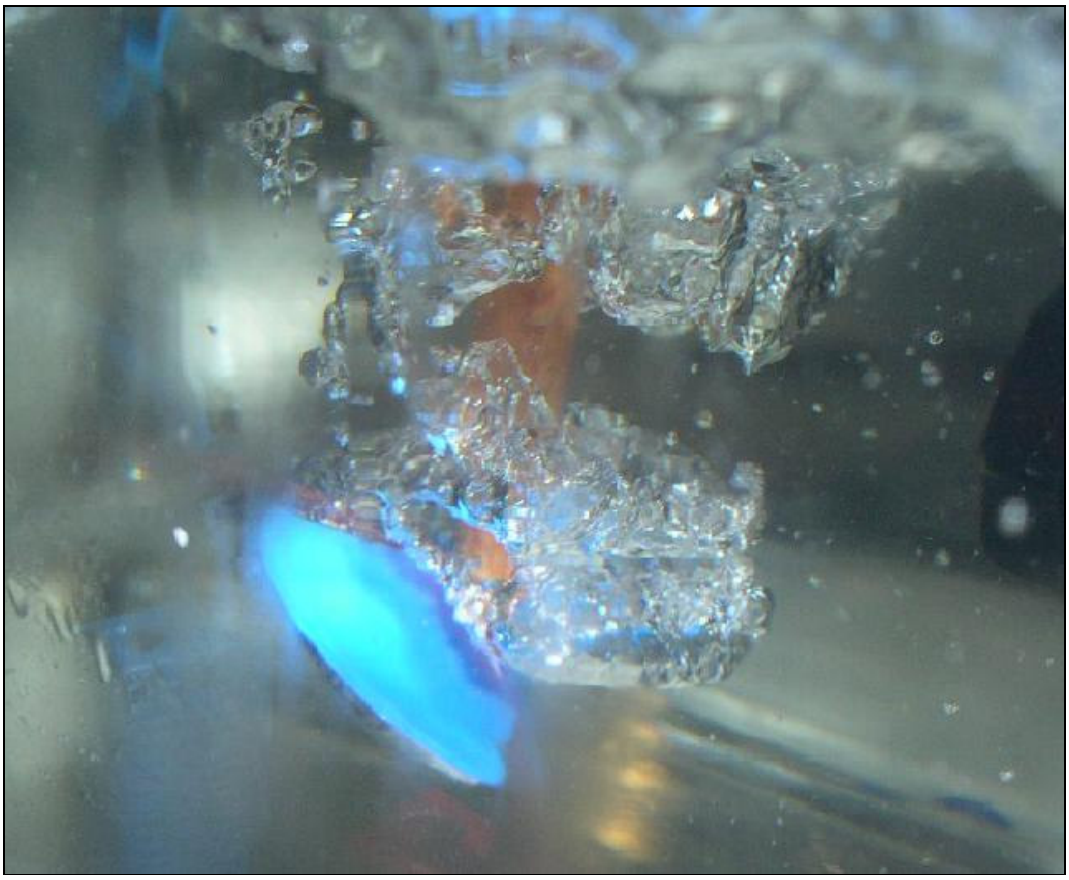


Dopo aver realizzato l' esperienza, ho scoperto che esisteva una campana in vetro molto più grande con il collegamento elettrico stagno già fatto, questo mi ha quindi

permesso di svolgere di nuovo l' esperienza, ma con meno difficoltà e un risultato migliore[19].
Come elica ho usato un elica marina Kyosho 38x1.4[20], con un angolo (medio) di incidenza φ:

$$\tan\varphi = \frac{P}{2\pi(\frac{D}{2})} \Leftrightarrow \varphi = \arctan(\frac{P}{2\pi(\frac{D}{2})}) \cong \arctan(0.298) \cong 16.58°.$$

Per permettere un' osservazione migliore del fenomeno ho utilizzato uno stroboscopio puntato verso l' elica in regime cavitante.
Con questo sistema sono riuscito ad osservare diversi stadi di cavitazione, dalla "tip cavitation", dove solo la parte più esterna delle pale presentava una leggera cavitazione, al regime totalmente cavitante dell' elica, in cui la cavità della prima pala si estendeva fino a quella che seguiva.



Nell' immagine si può notare lo scatto fatto all' elica in regime cavitante, a circa 0.1 Bar di pressione e con una frequenza di rotazione di circa 100hz (in senso antiorario).
La cavitazione sul ventre della pala è ben visibile, la formazione di una bolla di vapore interessa tutta la superficie ventrale delle pale.

[19] Nell' immagine : L'elica in regime completamente cavitante all' interno della nuova campana più grande, la formazione di bolle dovute alla cavitazione su tutta l' elica è ben visibile.
[20] Tipo di elica con un diametro D di 38mm e un passo P di 1.4 pollici (3.55 cm).

8.3 Risultati ottenuti

L' acquisizione dei dati in questa esperienza non è stata facile, e i dati raccolti possono solo fornire un idea qualitativa di che cosa comporta la cavitazione nelle eliche marine.
Nella tabella sono elencati i dati aquisiti grazie a uno stroboscopio (usato per determinare la frequenza di rotazione dell' elica) e a un trasformatore che dava corrente al motore elettrico:

Hz	Press.	Ampere	Volt	Watt	
88	0.1	1	9	9	Elica non cavitante
116	0.04	0.98	11	10.78	Elica cavitante
		1	11	11	Elica cavitante
		1.5	11	16.5	Elica non cavitante

L' ultima serie di dati sono stati presi tenendo il voltaggio del motore costante e osservando la variazione dell' intensità una volta innescata la cavitazione.
Da questi dati possiamo dedurre che:

- La potenza necessaria a far girare un elica in regime non cavitante è al minimo 1,5 volte maggiore alla potenza richiesta per far girare la stessa elica in regime cavitante come nell' immagine.
- A parità di potenza fornita all' elica, questa aumenta il numero di giri al secondo del 130% in regime cavitante, facendo facilmente intuire che in queste condizioni la resistenza, e quindi a suo modo anche la portanza (che poi si traduce in spinta idrodinamica), diminuiscono drasticamente.

Questi effetti legati alla cavitazione di un elica marina concordano qualitativamente con gli effetti citati nella letteratura.

9.0 Bibliografia

- Marchaj C.A., "Aerohydrodynamic of sailing" Mursia
- Antonio Cenedese, " Meccanica dei fluidi" Mc Graw Hill
- F. Porreca, L. Lanotte, "Lezione di fisica: meccanica dei fluidi" Liguori editore
- P.E.Liguori, "Le vele" Hoepli
- Frank M. White " Fluid Mechanics" McGraw-Hill

Altro materiale:

- "Physique des fluides", Dispense Politecnico di Losanna
- "Modelli fisici di fenomeni fluidodinamici"
- "Environmental fluid mechanics"
- "Prestazioni delle pompe, cavitazione"
- "Fluid Dynamics", Appunti dell' università di Harvard

10.0 Conclusioni

I fluidi, sono di importanza vitale per tutti gli esseri viventi sulla terra, e studiarne i comportamenti è una cosa che è già nata in passato e che ha permesso all'' uomo di fare grandi passi, come la scoperta dell' America grazie alle imbarcazioni a vela, il volo, le correnti oceaniche che rendono il nostro clima stabile, lo studio dell' emodinamica (che permette la simulazione del flusso sanguineo all' interno dei vasi aiutando così a valutare diversi rischi, come principi trombotici, blocchi del flusso dati da aneurismi e infarto), ecc.

Negli ultimi anni grazie all'' avvento dell' informatica anche in questo campo si è riusciti a simulare una grande quantità di situazioni in cui sono coinvolti processi di tipo termofluidodinamico che hanno permesso l' ottimizzazione di prodotti che variano dallo stent, al costume da bagno per nuotatori d'élite, alle superfici portanti di una classe Iacc, all' alettone posteriore di una monoposto da gara, al pallone da calcio.

Durante l' elaborazione di questo lavoro ho scoperto fenomeni di cui negavo l' esistenza ma che una volta appresi si sono rivelati tanto affascinanti da farmi spendere giornate in laboratorio a cercare il modo di verificarli.

Appena ho iniziato a scrivere ho pensato che non ce l' avrei fatta a dire tutto quello che volevo con la completezza necessaria, ma a questo punto penso che sia riuscito nel mio intento, anche se ho tralasciato degli aspetti molto complessi e più completi della meccanica dei fluidi, dato che con le mie competenze in fisica e matematica non riuscivo a capirle.

Le esperienze condotte in laboratorio mi hanno preso praticamente tutto il tempo passato a scuola durante le lezioni di LAM e anche ore in cui non avevo lezione, ma la riuscita di certe esperienze come quella della cavitazione mi hanno più che ripagato.

L'esaminazione e lo studio più approfondito di fenomeni legati alla fluidodinamica mi hanno arricchito anche dal punto di vista sportivo, poiché ora, ogni uscita in vela posso capire meglio il comportamento della barca riflettendo sui vari fenomeni con cui sono confrontato e riesco a immaginarmi il flusso dell' aria sulle vele e dell' acqua sotto lo scafo per poter poi in seguito regolare tutto in modo migliore.

11.0 Ringraziamenti

Innanzitutto vorrei ringraziare i docenti responsabili per l' aiuto e per il materiale fornitomi durante il periodo in cui ho lavorato per questa ricerca, e i miei compagni come Marco, Dario e Mario per i consigli concernenti le esperienze condotte in laboratorio.
Vorrei inoltre dedicare questo mio lavoro a tutte le persone che mi hanno sostenuto durante la mia malattia e mi hanno sempre aiutato, in particolare a Nadia, Louis, Christa, Chiara, Sandro e Christl.
Grazie di tutto!

L'Emodinamica

1.0 Introduzione

L' emodinamica è quella branca della medicina cardiovascolare che analizza e studia il comportamento del sangue in movimento nei vasi, permettendo così di ridurre il pericolo dell' instaurarsi di patologie legate alla circolazione sanguigna.
Per studiare il flusso del sangue all' interno delle vene si fa uso delle leggi fisiche di governo dei fluidi, ossia della meccanica dei fluidi.

1.1 Il sangue

Dato che l' elemento principale preso in considerazione durante questo lavoro sull' emodinamica è il sangue, è opportuno dapprima caratterizzarlo.
La funzione più importante del sangue è quella di distribuire ossigeno ai tessuti e restituire
anidride carbonica ai polmoni. E' inoltre il vettore delle sostanze nutritizie raccolte nel tratto
gastrointestinale e dei metaboliti non gassosi eliminati attraverso i reni. Svolge poi la funzione di neutralizzare agenti biologici esterni immessi nel sistema circolatorio e dissipare calore.

1.1.1 Costituenti del sangue

Dal punto di vista meccanico il sangue consiste in una sospensione di cellule, i cosiddetti
elementi figurati, cioè globuli rossi (o eritrociti), globuli bianchi (o leucociti) e piastrine, oltre ad
alcune particelle liquide (i cosiddetti chilomicroni), immersi in una soluzione salina contenente
numerose molecole inorganiche a basso peso molecolare ed il 7% in peso di proteine (Bell et al., 1961), principali fra esse il fibrinogeno, la globulina e l'albumina. La soluzione è denominata plasma. Questa particolare e eterogenea composizione del sangue fa di esso un fluido non newtoniano, cioè un fluido che non rispetta la legge di newton per i fluidi viscosi la quale dice che la forza di attrito del fluido su una parete solida ferma rispetto ad esso varia linearmente rispetto al gradiente di velocità secondo la legge:
$\tau = \mu \nabla v = k$ dove: k = costante, μ = coefficiente di viscosità, ∇v gradiente di velocità,
τ = forza di attrito.

1.1.1.1 Il plasma

Visto che il sangue è formato in gran parte dal plasma, esaminiamo anzitutto la sua componente proteica, la quale incide sulle proprietà fisiche del sangue e quindi sul suo comportamento all' interno dei vasi.
Fibrinogeno. Si tratta di una delle molecole di dimensioni maggiori e la più asimmetrica.
Tale asimmetria implica che, malgrado la percentuale di fibrinogeno sia piuttosto bassa, il suo effetto sulla viscosità complessiva del plasma è rilevante. Quando il sangue coagula il fibrinogeno polimerizza in fibrina che si contrae se il coagulo di fibrina e le cellule sanguigne vengono lasciate per qualche tempo.
Globuline. Sono classificate in α, β, γ - globuline, ciascuna con diversi sottogruppi. Le

molecole sono caratterizzate da pesi molecolari e concentrazioni molto variabili.
Hanno una varietà di funzioni fra cui quella di vettori di lipidi ed altre sostanze insolubili e, nel caso delle γ - globuline, quella di contenere gli anticorpi necessari per contrastare le infezioni da virus e batteri.
Malgrado siano presenti in concentrazioni superiori a quelle del fibrinogeno, la loro asimmetria e, quindi, il loro effetto sulla viscosità del sangue è usualmente molto minore.
Albumina. Si tratta della proteina più abbondante nel plasma e quella caratterizzata dal minimo peso molecolare. A causa di ciò è responsabile dell'80% circa della pressione osmotica associata alle proteine plasmatiche e svolge un importante ruolo nel bilancio del
metabolismo idrico.
Le dimensioni di tali molecole le rendono, in condizioni normali, incapaci di attraversare le pareti dei capillari. La loro modesta asimmetria ne rende trascurabile l'effetto sulla viscosità del sangue.
Altri costituenti. Il plasma contiene poi componenti inorganici e inoltre grassi emulsionati, colesterolo, acidi grassi liberi, adrenalina, ossigeno disciolto (anche se la quasi totalità , 97,5 % circa, dell'ossigeno disciolto è trasportato dai globuli rossi) e anidride carbonica.
Le loro concentrazioni variano nelle diverse condizioni dell'organismo.

1.1.1.2 Gli elementi figurati
Come precisato in precedenza le particelle in sospensione nel plasma sono cellule del sangue e
gocce dette chilomicroni. Queste ultime, di diametro pari a 0,2 – 0,5 mm, partecipano al trasporto dei grassi attraverso la circolazione, ma sono presenti in concentrazioni modeste sì da non influire significativamente né sulla reologia del sangue né sulla pressione osmotica del plasma.
Tipicamente, i chilomicroni sono immessi nel sistema circolatorio attraverso i vasi linfatici
dell'intestino e vengono rimossi attraverso meccanismi che trasferiscono i grassi a molecole
solubili in acqua, le lipoproteine.
Le cellule del sangue sono di diverso tipo.
Le uniche che rivestono una notevole importanza per la meccanica del sangue sono tuttavia i globuli rossi oeritrociti, data la loro forte concentrazione: gli eritrociti costituiscono infatti la componente corpuscolare dominante occupando circa il 40 – 45 % del volume totale (ne sono presenti 5 milioni in un mm^3).
I globuli bianchi o leucociti sono invece presenti nella misura di uno ogni mille globuli rossi. Le piastrine sono più numerose (50 – 100 ogni 1000 globuli rossi) ma il loro volume è
modesto.

1.1.2 Comportamento reologico del sangue

Per comprendere a fondo il comportamento del sangue all' interno dei vasi è necessario dapprima caratterizzare il suo comportamento reologico.

1.1.2.1 Comportamento reologico del plasma

Le misure delle caratteristiche viscometriche del plasma richiedono anzitutto che quest'ultimo
venga separato dalle altre componenti del sangue. Ciò si ottiene inducendo la sedimentazione delle particelle sospese per effetto gravitazionale (decantazione) o per effetto centrifugo. In ogni caso, per evitare il meccanismo di coagulazione che si verifica non appena il sangue viene rimosso da un organismo vivente, è necessario aggiungere un anticoagulante, spesso in soluzione acquosa, che diluisce il sangue modificando in qualche misura la viscosità del plasma e riducendo l'ematocrito (il rapporto percentuale tra eritrociti e plasma).

Il plasma umano è una sostanza trasparente, lievemente giallognola, con densità relativa pari a
1,035 .

Il valore della viscosità del plasma dei mammiferi, assumendone un comportamento Newtoniano (quindi a viscosità costante), si aggira intorno a 1,1 – 1,6 centipoise (1 Poise = 10 N·s/m2). Dunque il plasma è circa 1,1 – 1,6 volte più viscoso dell'acqua a 20°C, ciò essendo dovuto alla presenza della componente proteica del plasma.

Il ruolo degli anticoagulanti è in generale ritenuto causa di una riduzione della viscosità (a causa del suo effetto di diluizione della componente proteica). Tuttavia sulla misura di tale riduzione, che dipende dal tipo di anticoagulante, non vi è consenso. Riduzioni di oltre il 10% sono state osservate in presenza di eparina, mentre l'effetto dell'ossalato e del citrato appare più incerto. Non v'è totale consenso neppure sul carattere Newtoniano del plasma. Misure effettuate con diversi tipi di viscosimetri forniscono risultati contradditori e, anche ai bassi valori della velocità di deformazione in cui gli eventuali effetti di non Newtonianità sembrano più marcati, questi ultimi sono così deboli da non consentire una classificazione certa. E' sufficiente a questo proposito osservare che misure di autori diversi[21] suggeriscono che il comportamento del plasma sia bene approssimato da una legge delle potenze, con esponente n variabile fra 0,95 e 0,995, abbastanza vicino ad 1 da rendere qualsiasi conclusione sul carattere non Newtoniano del plasma piuttosto incerta.

La viscosità del plasma, come quella della gran parte dei fluidi, dipende in modo abbastanza marcato dalla temperatura. Merrill et al. (1963) hanno rilevato una riduzione relativa della viscosità del 2 – 3 % per l'aumento di temperatura di ogni °C nell'intervallo 25 – 37 °C. La fig. 5.3.1 mostra i risultati riportati da Cokelet (1972) in cui le variazioni di viscosità del plasma con la temperatura sono messe a confronto con le corrispondenti variazioni osservate per l'acqua.

Non determinanti si rivelano invece gli effetti di una variazione di temperatura sul carattere non Newtoniano del plasma (malgrado ci si possa attendere un effetto della temperatura
sull'orientamento delle particelle di fibrinogeno, cui dovrebbe corrispondere una variazione del
comportamento reologico).

Recenti modelli fisici per il comportamento reologico del sangue si basano anche sul fatto che per certi flussi non costanti, come quello pulsatile del cuore, il sangue presenta

[21] Charm et al., 1962, Bugliarello et al., 1965

caratteristiche sia viscose sia elastiche mentre il solo plasma presenta solo viscosità, si dice quindi che il sangue è un fluido viscoelastico (Non newtoniano), l' elasticità è correlata all' energia raccolta durante il deflusso data dall' orientazione e alla deformazione dei globuli rossi.
Questo modello permette una valutazione molto più precisa dei fenomeni legati al flusso del sangue all' interno dei vasi, ma non lo terremo direttamente in considerazione in questo lavoro poiché troppo complesso.

1.2 Interazione fluido-struttura

Le pareti dei vasi sanguinei sono tubi con comportamenti elastici complessi (sono formate da fibre di collageno ed elastina). Il loro diametro varia con la pressione data dal flusso pulsatile, e essendo elastici, propagano anche onde di pressione e onde di flusso generate dal cuore con una velocità data dalle caratteristiche elastiche del vaso stesso e dal gradiente di pressione.
Da notare il fatto che l'elasticità dei vasi è determinante per la propagazione delle onde di pressione, poiché se i vasi fossero rigidi la velocità delle onde di pressione all' interno del sangue sarebbe all' incirca di 1500 m/s.
L'interazione fluido-struttura è sempre una sfida nel campo dell' emodinamica, questo poiché la struttura delle pareti dei vasi è molto complessa e presenta comportamenti elastomerici.
In futuro questo comportamento potrà essere studiato molto attentamente e precisamente grazie all' elastografia tramite risonanza magnetica.
Anche se non si hanno ancora risultati precisi sul comportamento elastico dei vasi, nei vasi di grandi dimensioni come l' aorta e la carotide si riscontrano variazioni di massimo 10% del diametro durante la dilatazione volumetrica del vaso è utile fare delle approssimazioni, e per valutare quanto queste siano vicine alla realtà si fa uso di parametri dimensionali che definiscono il tipo di flusso in funzione di costanti intrinseche del fluido e della struttura, come il numero di Womersley e quello di Reynolds (spiegati nei due sottocapitoli successivi).
Il primo vale 16 se la parete è assunta come rigida, e tra 14.5 e 17.6 se assunta elastica, mentre il secondo vale 1150 se assunta rigida, e tra 1035 e 1265 se assunta elastica.
Da questi valori si puô concludere che gli effetti elastici sono molto minori per vasi grandi, e quindi l' approssimazione a condotti rigidi può essere ragionevole.

1.2.1 Strato limite

Lo strato limite è una regione in cui il fluido a contatto con una superficie è rallentato, la velocità massima del fluido si trova sullo strato più esterno, mentre la velocità minima (fluido fermo) si trova a contatto della superficie del corpo. Lo spessore dello strato limite è indicato con la lettera greca: δ, La distanza unitaria tra due strati di fluido di area unitaria è espressa con: Δy,la differenza di velocità tra uno strato e l'altro di fluido è espressa con: Δv. All' interno di questo strato si trova quindi un alto gradiente di velocità normale alla direzione del flusso, che si può calcolare dividendo Δv con Δy: grad v = Δv/Δy. L' attrito superficiale si sviluppa all'interno di questo strato di fluido molto sottile a contatto con la superficie del corpo attraverso la successione di pellicole superficiali di fluido, e in seguito trasmesso sotto forma di forza d'attrito viscoso che agisce parallelamente alla superficie del corpo ma in direzione opposta a quella del moto del corpo. Il grado di attrito viscoso, differente per ogni fluido, è dato dal proprio coefficiente di viscosità μ. La forza di attrito che agisce su uno dei due strati adiacenti che si muovono produce una forza di taglio tra i due strati che dipende sia dalla viscosità che dal gradiente di velocità all' interno dello strato superficiale di fluido (quindi alla velocità del flusso), questa forza di taglio può allora essere espressa con l' equazione: $\tau_x = \mu \frac{\partial v}{\partial x}$, generalizzando nelle tre dimensioni: $\tau = \mu \nabla v$

dove μ è il coefficiente di viscosità.

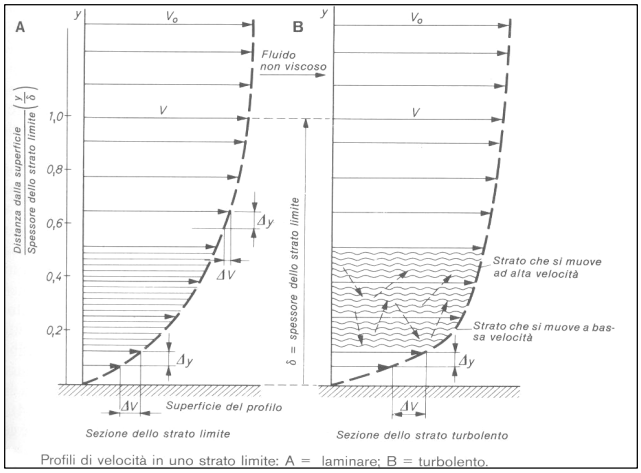
Ludwig Prandtl intuì che nelle correnti ad elevato numero di Reynolds, e quindi nei flussi ad alta velocità (visto che il numero di Reynolds ne è direttamente proporzionale)(vedi punto seguente) ,quali sono spesso quelle d'interesse aeronautico, la vorticità può essere confinata nello strato limite, il cui spessore δ, misurato in direzione ortogonale alle linee di flusso, è piccolo rispetto alla dimensione L (lunghezza della superficie a contatto col fluido).

E tenendo conto di questo, è possibile, innanzitutto, trattare gran parte della corrente con il modello dei fluidi ideali (fluidi non viscosi) e con il teorema di Bernoulli (altrimenti del tutto inutilizzabile, tenuto conto della viscosità dei fluidi reali) e tenere conto della vorticità, e della conseguente azione degli sforzi viscosi, soltanto in regioni di spessore molto limitato, generalmente adiacente a superfici solide, in corrispondenza delle quali, com'è noto, la condizione d'aderenza non rende possibile un moto irrotazionale.

Prandtl disse in sostanza che, se è verificata la condizione:

$\delta << L$

è possibile semplificare notevolmente il sistema di equazioni differenziali che definisce il principio di conservazione della massa ed il teorema della quantità di moto per i fluidi viscosi, suddividendo un fluido in moto in due regioni distinte, ossia lo strato limite e il resto del fluido al di fuori di questo strato che non risente degli effetti viscosi.



Profili di velocità in uno strato limite: A = laminare; B = turbolento.

Lo strato limite è responsabile dell' andamento parabolico (moto di Poiseuille) del profilo della velocità del sangue all' interno del vaso, poiché la situazione di un condotto no è altro che la rotazione dell' illustrazione (paraboloide) sull' asse (si nota facilmente che l'illustrazione mostra una

semiparabola aperta verso sinistra).
Immagine: Strato limite laminare, turbolento e le loro principali caratteristiche

1.2.2 Proprietà meccaniche generali delle grandi arterie: lo schema di materiale elastico lineare, omogeneo ed isotropo.

Nella misura delle proprietà reologiche delle arterie il campione sollecitato è tipicamente un
segmento di un'arteria canina (in genere l'aorta toracica) della lunghezza di 8 – 10 cm.
Lo stato di sollecitazione fluidodinamica e fluidostatica cui le arterie sono soggette localmente può essere schematizzato come assial-simmetrico e consiste:

- in una pressione pressoché uniforme esercitata dal sangue sulla parete interna.
- forze di trazione uguali ed opposte agenti alle estremità del campione.
- azioni inerziali legate all'accelerazione locale della parete (date dalla forza elastica sviluppata dalla deformazione locale del vaso).
- azioni di vincolo (sensibilmente longitudinali) legate alla connessione dell'arteria al tessuto circostante.

Nel caso statico sono evidentemente assenti le azioni inerziali dato che non si tiene conto della differenza locale di pressione data dalla gittata cardiaca e quindi alla conseguente deformazione elastica lineare della parete del vaso.
Nel paragrafo presente ignoreremo inoltre le azioni di vincolo.

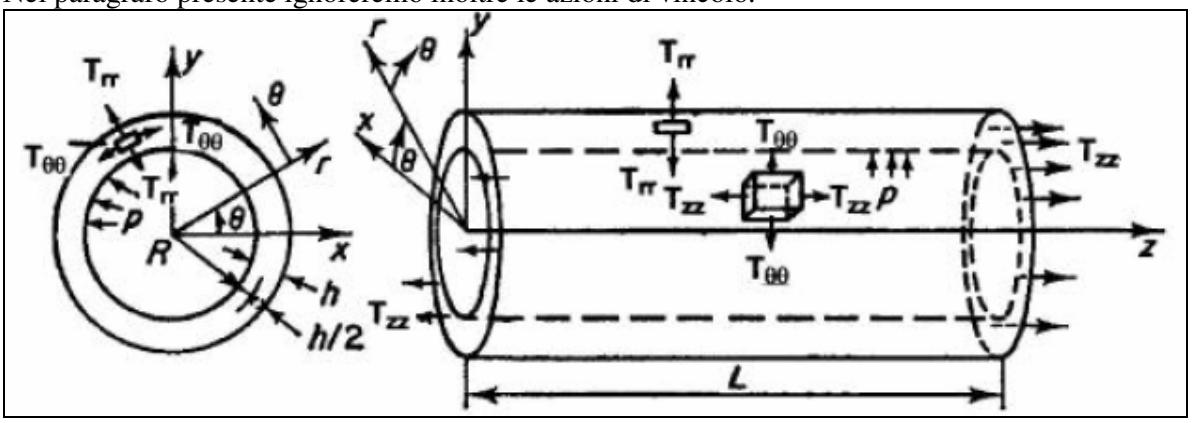


Figura: Schema del campione di arteria utilizzato nelle misure delle proprietà elastiche delle arterie.

1.2.2.1 Omogeneità.
La struttura delle grandi arterie suggerisce che le proprietà di un segmento di parete
di lunghezza modesta siano ragionevolmente schematizzabili come uniformi nelle direzioni
longitudinale e circonferenziale ma non in quella radiale.
L'interpretazione delle misure effettuate su segmenti di arterie sono tuttavia spesso fondate sull'ipotesi di stati di tensione e deformazione uniformi. I risultati di tali misure riflettono dunque solo i valori medi delle proprietà materiali della parete, un limite non particolarmente severo per quanto concerne le applicazioni relative allo studio della propagazione delle onde di pressione nel sistema arterioso (dato che è caratterizzato da una moltitudine di vasi con proprietà diverse).
L'ipotesi di omogeneità non consente poi di trattare il materiale costituente la parete come un
materiale composito, Il cui comportamento meccanico coinvolge le diverse componenti del materiale in misura diversa al variare dello stato di sollecitazione cui il materiale è sottoposto. Si tratta di una questione di grande rilevanza applicativa con riferimento alla

possibilità di realizzare materiali artificiali che presentano caratteristiche simili a quelle delle arterie reali: in particolare, nelle arterie iliache dell'uomo la resistenza alla deformazione alle basse pressioni è interamente assorbita dall'elastina, alle pressioni fisiologiche intervengono sia l'elastina sia il collageno mentre alle pressioni più alte contribuiscono quasi esclusivamente le fibre di collageno

1.2.2.2 Cilindricità e sottigliezza del campione.
Normalmente un vaso presenta una lieve rastremazione per la quale il suo diametro si riduce di circa 1 - 2 mm sull'intera lunghezza. Inoltre, la sua sezione è pressoché circolare salvo che per valori molto bassi della pressione intravascolare.
L'entità della rastremazione è molto variabile nei diversi animali e nelle diverse specie.
Nel cane è ben soddisfatta una relazione del tipo:

$$A = A_0 \exp(-\beta \frac{x}{R_0})$$

essendo A l'area della sezione dell'aorta, A_0 ed R_0 area e raggio in una sezione iniziale, x la distanza da tale sezione iniziale misurata lungo la linea d'asse e β un coefficiente di rastremazione che varia fra 0,02 e 0,05. Nell'uomo la rastremazione è meno regolare. Malgrado ciascuna delle arterie sia rastremata, tuttavia l'area della sezione totale della rete arteriosa va aumentando dal centro verso la periferia, il che implica che, in corrispondenza di ciascuna biforcazione, il rapporto di biforcazione, cioè il rapporto fra la somma delle aree delle sezioni dei due vasi di valle e l'area della sezione del vaso di monte, risulta maggiore di 1.
Per quanto riguarda la sottigliezza del campione, è stato messo in evidenza che nelle grandi e medie arterie il rapporto spessore-diametro risulta sufficientemente piccolo (circa 0,1) e che esso può considerarsi costante sulla lunghezza del campione.

1.2.2.3 Incomprimibilità.
Una vasta classe di materiali, in particolare le gomme, ha la caratteristica di esercitare una
resistenza alle variazioni di volume assai maggiore della capacità di contrastare le variazioni di
forma: si tratta, cioè, di materiali sensibilmente incomprimibili. E' utile verificare se le arterie
approssimano tale comportamento.
Possiamo, a questo punto, caratterizzare compiutamente un materiale incomprimibile, come
un materiale per il quale:

- il modulo di comprimibilità tende ad infinito.
- il coefficiente di Poisson risulta quindi pari ad ½.[22]
- la deformazione è puramente deviatorica[23], ne risulta cioè nulla la componente volumetrica (isotropa).

Dal punto di vista sperimentale, il grado di comprimibilità di un materiale può essere accertato
misurandone modulo di comprimibilità e modulo di Young[24] (o modulo di elasticità tangenziale) e

[22] Il coefficiente di Poisson (υ) è il rapporto tra il restringimento unitario in direzione perpendicolare al senso dello sforzo e l'allungamento unitario nella direzione dello sforzo.
[23] La deformazione deviatorica tiene conto della variazione di forma di un elemento infinitesimo del fluido.

verificando in che misura i rapporti k/E si discostano dal valore teoricamente infinito che
dovrebbero assumere se il materiale fosse perfettamente incomprimibile.
Ad esempio, nel caso dell'acqua si ha k = 2,2 x 10^9 N/m^2 mentre per l'acciaio risulta k = 12,8 x 10^{10} N/m^2 ma i rispettivi moduli di elasticità tangenziale risultano praticamente nullo per l'acqua e pari a G = 8,11 x 10^{10} N/m^2 per l'acciaio.
Ne consegue che, mentre l'acqua può considerarsi sensibilmente incomprimibile in gran parte delle applicazioni, ciò non accade per l'acciaio.
Al fine di verificare il grado di incomprimibilità dei vasi arteriosi sono stati effettuati una serie di esperimenti finalizzati alla misura del modulo di comprimibilità. La tecnica sperimentale si sviluppava come segue.

- Veniva anzitutto misurata la lunghezza e la pressione arteriosa in vivo di un segmento di arteria canina.
- Il segmento veniva quindi riempito con una soluzione salina, immerso in una vaschetta contenente anch'esso una soluzione salina, sottoposto a trazione in modo da accrescerne la lunghezza rispetto al valore iniziale e assoggettato ad una pressione p superiore al valore rilevato in vivo. Veniva quindi misurato l'aumento di volume ΔV rispetto al volume V_0 del segmento nello stato scarico iniziale.
- Il segmento veniva quindi estratto dal contenitore, vincolato alle estremità di un dinamometro, riportato alla stessa lunghezza e sottoposto alla stessa pressione p della fase precedente. Veniva quindi misurata la forza di trazione F in tale stato.

Venivano quindi calcolate le componenti normali di tensione, note le quali veniva determinata la tensione idrostatica s. Il modulo di comprimibilità veniva quindi valutato attraverso la relazione:

$$k = \frac{\frac{1}{3}(T_{rr}+T_{\theta\theta}+T_{ZZ})}{\Delta V / V_0}$$

Considerando il segmento arterioso esaminato, che nello stato deformato iniziale, ha lunghezza L, raggio medio R e spessore della parete h. Il segmento è chiuso alle estremità da pareti soggette ad una forza di trazione F e contiene un fluido soggetto ad una pressione uniforme p.
Dove:

$$T_{ZZ} = \frac{F}{2\pi Rh} + \frac{pR}{2h}\left(1-\frac{h}{2R}\right)^2 \ , \ T_{\theta\theta} = \frac{pR}{h}\left(1-\frac{1}{2}\frac{h}{R}\right) \ , \ T_{rr} = -\frac{p}{2}$$

Le medie dei valori osservati su 11 segmenti arteriosi sono riportati nella tabella sottostante:

[24] E è un parametro che caratterizza la resistenza del solido alla deformazione uniassiale, ossia il rapporto tra sforzo e deformazione di un materiale durante il comportamento lineare di deformazione (legge di Hooke) ed è detto modulo di Young o modulo di elasticità, dalla legge di Hooke per i materiali elastici: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ [Pa] con E:modulo di Young
dove σ è lo sforzo nominale, (Forza diviso area) e ε è un coefficiente adimensionale di deformazione.

$(\Delta l / l_0) \cdot 100$	40
$(\Delta R / R_0) \cdot 100$	70
p (cm H_2O)	246
$T_{\theta\theta}$ (N / m^2 x 10^5)	2,72
T_{zz} (N / m^2 x 10^5)	2,70
T_{rr} (N / m^2 x 10^5)	-0,12
σ (N / m^2 x 10^5)	1,76
T_d (N / m^2 x 10^5)	4,00
k (N / m^2 x 10^8)	4,35

1.2.3 Il numero di Womersley

Il numero di Womersley rappresenta l'analogo del numero del Reynolds per sistemi pulsatili,anche se il suo valore non distingue il moto laminare da quello turbolento:

$$\alpha = \frac{d}{2}\sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$$

dove d è il diametro del vaso, ω è la pulsazione dell'oscillazione pressoria e ν la viscosità cinematica del fluido.

Va precisato che tale espressione è valida nel caso di flusso completamente stabilizzato dinamicamente,infatti se il flusso non lo è ancora, al posto di d/2 va sostituito lo spessore dello strato limite δ. Il numero di Womersley ci dice come il sistema risponde ad un'onda pulsatile. Infatti nella risposta intervengono le forze viscose (all'interno dello strato limite) e quelle inerziali(nella zona centrale del condotto). A basse frequenze, anche la zona centrale riesce a rispondere all'onda,mentre ad alte frequenze,solo la zona superficiale riesce a seguire la perturbazione.

Nel caso di onda pressoria del tipo $P(t) = P_0 \sin(\omega t)$,possiamo distinguere diverse risposte a seconda della frequenza di eccitazione:

α < 1: il flusso è quasi stazionario del tipo $Q(t) = Q_{staz} \sin(\omega t)$ e quindi non ci sono sfasamento tra eccitazione e risposta.

1<α<3: il flusso non è stazionario del tipo $Q(t) = Q_{staz} \sin(\omega t - \phi(\omega))$ e quindi c'è uno sfasamento.

α >4: il flusso non è stazionario ed è sfasato del tipo $Q(t) = (Q_{staz}/k)\sin(\omega t - \phi(\omega))$,dove k è una costante maggiore dell'unità.

Per completezza va puntualizzato che il valore di α cosi calcolato ha un valore superiore a quello reale ,in quanto la sua espressione si riferisce a condotti rigidi,mentre il sistema cardiovascolare ha tubi elastici in grado di assorbire vibrazioni e quindi meglio adattarsi alle perturbazioni convertendo energia pulsatile in energia elastica delle parete.

1.2.4 Il numero di Reynolds

Si capì solo nel 1844 che il moto di un fluido viscoso in uno stesso condotto può avere due regimi diversi: il regime laminare o di Poiseuille (in onore del fisico francese J. Poiseuille), nel quale gli strati fluidi cilindrici coassiali hanno velocità crescente da zero per lo strato aderente alle pareti del tubo al massimo corrispondente all'asse, e dove le particelle di fluido scorrono secondo linee di corrente univocamente determinate dalla geometria del condotto e ortogonali in ogni punto agli elementi di sezione considerati,

e il regime turbolento, una situazione in cui gli strati fluidi acquistano velocità quasi uguale alla massima a breve distanza dalle pareti e inoltre si formano all' interno del fluido vortici visibili, dati dal fatto che le particelle di fluido non si muovono con moto rettilineo, ma la velocità ha anche una componente trasversale al condotto che varia di direzione e intensità nel tempo. Soltanto che fino ad allora, nessuno aveva ancora studiato se e in quali condizioni si può passare dal regime laminare al regime turbolento.
Reynolds si cimentò in esperimenti volti proprio a determinare quali fattori incidessero sul passaggio da un regime laminare a uno viscoso.
L' esperimento di Reynolds si basava nel far fluire attraverso una condotta di vetro trasparente dell'acqua e nel contempo far fuoriuscire un filamento d'inchiostro da un ugello allineato con l'asse della condotta.
Con piccole velocità di deflusso, il filetto d'inchiostro si stendeva lungo una retta lungo la condotta. Con un graduale aumento di velocità prima si attenuava la colorazione del filetto d'inchiostro, poi cominciavano a comparire nel liquido dei vortici visibili e ad una certa velocità critica il filetto colorato scompariva mescolandosi con il resto della massa liquida, la quale assumeva il moto turbolento.
Il numero di Reynolds è il rapporto tra le forze d'inerzia e quelle viscose (dovute all'attrito causato dallo sforzo necessario a "deformare" un dato volume di fluido), esso dipende dalla velocità del flusso, e assume valori sempre più grandi all'aumentare di questa velocità, per un dato valore di questo numero si assiste al passaggio dal regime laminare a quello turbolento.
I diversi fattori che caratterizzano il numero di Reynolds cambiano a dipendenza della situazione nella quale viene utilizzato(condotte,superfici portanti ecc.).
Per esempio, per il moto di un fluido attraverso una condotta circolare di diametro d, il numero di Reynolds vale:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v d}{\eta}$$

Ove ρ [kg/m^3] è la densità del fluido, v è la velocità, d il diametro della sezione della condotta, η [Pa·s] è la viscosità del fluido, e g è la costante gravitazionale terrestre.
In questo caso il valore critico del numero di Reynolds per il quale si ha un passaggio da un regime laminare ad uno turbolento, vale all'incirca 2032, quindi le forze inerziali prevalgono su quelle viscose.
Quindi la velocità critica di un fluido per il passaggio da regime laminare a regime turbolento all' interno di una condotta cilindrica (per approssimazione anche un vaso sanguineo) di diametro d è:

$$v_{cr} = 2032\frac{\eta}{d\rho}$$

Nel caso di vasi (condotti a geometria variabile nello spazio)per una maggiore accuratezza si definisce: $d = 4m = \frac{4A}{C}$, dove m è l'altezza idraulica media, A è l'area della sezione del vaso e C la sua circonferenza.
Numeri di reynolds tipici nel sistema circolatorio sono: Re = 6000 nell'aorta, Re =1150 nell' aorta addominale, Re = 500 nella carotide, questo valore decresce linearmente col decrescere della grandezza del vaso.

1.3 Moto del sangue all' interno dei vasi

Ora che si conoscono le principali caratteristiche del sangue e delle interazioni di esso con la struttura circostante bisogna approfondire caratterizzando i fenomeni legati al flusso del sangue.
Per fare ciò bisogna comprendere il moto di una sospensione di particelle in un fluido viscoso.

1.3.1 Caratterizzazione dei diversi moti all' interno del vaso

All' interno di un vaso sanguigno si possono avere diversi tipi di deflusso sanguineo, il Numero di Reynolds ci permette di sapere a che punto il flusso sanguineo cambia da laminare a transitorio e poi a turbolento.
Nel caso di deflusso laminare (o di Poiseuille) ogni particella di fluido segue una linea parallela all' asse del condotto o del vaso, la velocità di ogni particella non ha quindi componenti trasversali rispetto al condotto (moto irrotazionale stazionario).
Il profilo della velocità ha uno sviluppo parabolico rispetto all' asse del vaso, dato dalla viscosità del sangue, e quindi dell' esistenza di un gradiente di velocità nei pressi della parete venosa (formazione dello strato limite).
Questo moto è caratterizzato dallo scorrimento di cilindri fluidi coassiali di spessore infinitesimale nei quali ogni particella fluida mantiene costante la sua coordinata radiale e angolare[25] rispetto all' asse centrale del condotto durante tutto il suo deflusso.
Il moto transitorio è una situazione fluidodinamica instabile, poiché si verifica proprio nel punto in cui c'è la transizione da flusso laminare a quello turbolento, pertanto non si terrà conto di questa situazione singolare e locale.
Il moto turbolento ü caratterizzato dal fatto che le coordinate radiali e angolari di ogni ogni volume infinitesimale di fluido all' interno del vaso varia continuamente e casualmente, con modulo di velocità e accelerazione non costanti in tutte e tre le componenti spaziali.

1.3.2 Il moto di una singola particella in un fluido viscoso defluente in un condotto

Consideriamo un fluido viscoso defluente in moto stazionario in un condotto cilindrico a sezione circolare. Per valori del numero di Reynolds tali da assicurare il mantenimento di un regime laminare, la distribuzione di velocità presenta l' andamento parabolico (moto alla Poiseuille) discusso nel cap. 3. Esaminiamo brevemente il moto relativo di una particella immersa nel fluido, rigida o deformabile, sferica o meno, trasportata dal fluido a bassi o moderati numero di Reynolds.

1.3.2.1 Deflusso a bassi numeri di Reynolds

Se il moto a bassi Re la velocità di deformazione, che ha una distribuzione lineare nella direzione radiale, assume valori modesti.
Nel caso di una piccola sfera rigida con densità uguale a quella del fluido si osservano i seguenti fatti (vedi figura).

- La sfera trasla con velocità lievemente inferiore a quella che il fluido avrebbe in corrispondenza del baricentro della sfera e la velocità relativa aumenta al crescere della dimensione della sfera.

[25] Le coordinate si riferiscono al sistema di riferimento cilindrico adottato per comodità nel caso di vasi simil-circolari, nel caso in cui la coordinata radiale variasse si avrebbe un moto trasversale, nel caso in cui invece variasse la coordinata angolare si avrebbe un moto rotazionale.

- La sfera ruota a velocità angolare costante intorno ad un asse trasversale: la rotazione causata dall' azione delle tensioni tangenziali sulla superficie della sfera ed il senso di rotazione determinato dal gradiente di velocità nel fluido.
- Per bassi valori della velocità di deformazione la sfera non soggetta ad alcuna osservabile migrazione laterale.
- Inoltre la distribuzione delle tensioni normali lungo la superficie della sfera mostra un alternanza di compressioni e trazioni.

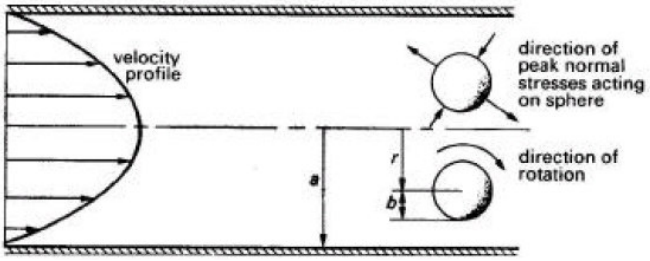


Immagine: Illustrazione della dinamica di una sfera rigida in moto in un fluido di uguale densità defluente a bassi
numeri di Reynolds in un condotto circolare. La sfera trasla lungo una linea di corrente, ruota a velocità costante ed è
soggetta ad alternanza di tensioni normali di compressione e trazione.

Nel caso di una piccola goccia immiscibile con il fluido (o di una sfera flessibile con densità
uguale a quella del fluido) le osservazioni rivelano un comportamento distinto rispetto a quello
della sfera rigida.

- La goccia trasla ancora ma la distribuzione non uniforme delle tensioni normali alla sua superficie esterna tende a deformarla in un ellissoide: l'assetto di equilibrio raggiunto è il risultato di un bilancio fra l'effetto distorcente predetto e l'effetto della tensione superficiale che tende a restaurare la forma sferica della goccia.
- La goccia ruota nella stessa direzione di una sfera rigida intorno ad un asse trasversale: ma in questo caso ruota anche il fluido interno alla goccia nel senso illustrato nella figura della sfera rigida.
- Pur essendo bassi i valori della velocità di deformazione, la goccia migra lateralmente verso l'asse del condotto a partire da qualsiasi posizione iniziale(accumulo assiale).
    - La velocità di migrazione:
        - Decresce dalla parete del condotto (dove è massima) verso l'asse.
        - Cresce con la deformabilità della particella, con il rapporto fra dimensioni della particella e raggio del condotto, infine con la portata (quindi con la velocità di deformazione) del fluido.

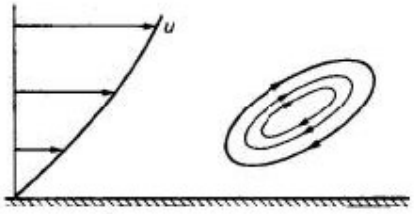


Figura: Illustrazione della deformazione di una goccia in moto in un fluido di uguale densità defluente a bassi numeri
di Reynolds in un condotto circolare.

Il caso di piccoli dischi o barrette rigide rivela anche un comportamento più complesso di quello delle sfere rigide.

- Le particelle traslano e ruotano nella stessa direzione di sfere rigide ma la rotazione non è uniforme: la particella spende la maggior parte del suo tempo allineata con il suo asse maggiore nella direzione dell'asse del condotto e la velocità di rotazione cresce con l'angolo φ che l'asse della particella forma con l'asse del condotto.
- Le particelle non migrano lateralmente.

Nel caso di piccoli dischi o barrette flessibili:

- Le particelle traslano e ruotano come nel caso delle particelle rigide, ma l'alternanza di compressioni e trazioni induce anche la flessione delle particelle, come illustrato nella figura seguente.
- Inoltre, al contrario di quanto accade per le particelle rigide, il carattere flessibile delle particelle induce una migrazione laterale verso l'asse del condotto anche alle basse velocità di deformazione.

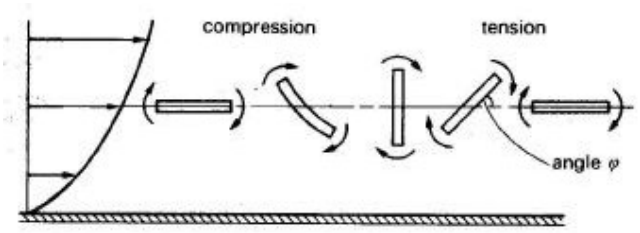


Figura: Illustrazione della traslazione, rotazione non uniforme e deformazione di barrette o dischi in moto in un fluido di uguale densità defluente a bassi numeri di Reynolds in un condotto circolare.

1.3.2.2 Deflusso ad elevati numeri di Reynolds.
Se il fluido si muove a numeri di Reynolds non piccoli interviene l'effetto dell'inerzia, che
modifica il quadro emerso nel caso di deflussi a bassi R_e.
Particelle rigide mostrano in questo caso un importante effetto di migrazione laterale (noto come effetto Segre – Silberberg, per il quale particelle situate inizialmente vicino alla parete migrano verso l'asse e reciprocamente particelle situate inizialmente vicino all'asse migrano verso la parete. Le particelle tendono a raggiungere una posizione di equilibrio situata ad una distanza dall'asse pari a 0,6 volte il raggio (variazione positiva della coordinata radiale). La velocità di migrazione laterale cresce col numero di Reynolds e con le dimensioni relative della particella rispetto al condotto. Analogo comportamento è rivelato dalle particelle deformabili, anch'esse dotate di velocità di migrazione laterale. La migrazione laterale e le posizioni di equilibrio di particelle rigide o deformabili a bassi od elevati numeri di Reynolds sono schematizzate nella fig. 5.2.5, tratta da Goldsmith, 1971.

1.3.3 Moto di singoli globuli rossi immersi in un plasma in moto alla Poiseuille in condotti circolari

La dinamica di singoli globuli rossi in un plasma defluente in un condotto circolare riflette le
caratteristiche della dinamica di particelle rigide o deformabili evidenziate in precedenza.
Infatti, se la portata è sufficientemente bassa da indurre valori della velocità di deformazione
inferiori a 20 s^{-1} circa, il globulo rosso:

- Ruota come un disco rigido intorno al suo asse minore, mantenendo la sua forma di disco biconcavo e spendendo il 50% del tempo in una posizione inclinata di un angolo ± 20° rispetto all'asse.
- Non subisce alcuna migrazione laterale .

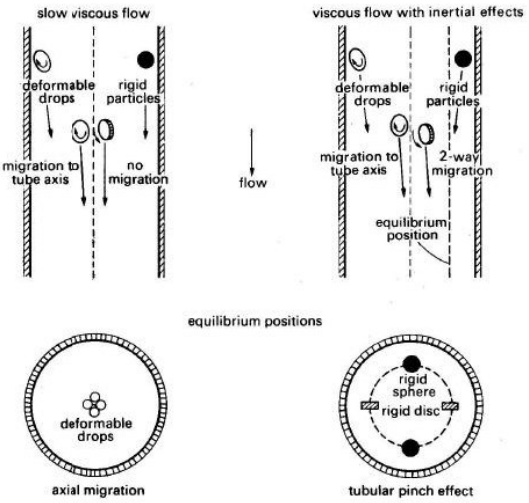


Figura: Schema che illustra la migrazione laterale e le posizioni di equilibrio di particelle rigide o deformabili a bassi od elevati numeri di Reynolds (da Goldsmith, 1971).

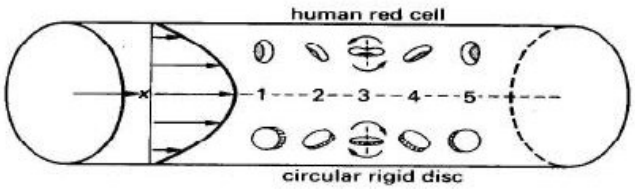


Figura: Illustrazione della dinamica di un globulo rosso trasportato da un plasma in moto alla Poiseuille a basse
velocità di deformazione (< 20 s^{-1}) (da Goldsmith, 1971).

Per valori della velocità di deformazione inferiori a 50 s^{-1} si osserva, inoltre, la formazione di "rouleaux" che si comportano invece come barre flessibili caratterizzate da forte migrazione laterale. Al crescere della velocità di deformazione i "rouleaux" si frammentano progressivamente per effetto delle azioni normali e tangenziali cui sono soggetti nel corso del movimento. Per valori della velocità di deformazione superiori a 20 s^{-1} la dinamica del globulo rosso assume progressivamente caratteristiche diverse:

- La sua forma risulta deformata ma ancora quella di un disco biconcavo.
- Il suo assetto in moto si mantiene prossimo alla posizione 3.
- Ad un'attenta osservazione emerge che la membrana cellulare ruota intorno al suo contenuto liquido.
- La cellula migra lateralmente verso l'asse con velocità crescente al crescere della velocità di deformazione.

Per valori della velocità di deformazione molto elevati, dell'ordine di 5000 s^{-1}, nella dinamica del globulo rosso si presenta l'effetto di Segrè – Silberberg: i globuli rossi tendono ad una posizione di equilibrio un po' più prossima all'asse rispetto al caso dei dischi rigidi.
Alcuni risultati di esperimenti condotti su globuli rossi irrigiditi per mezzo di glutaraldeide: tali cellule rivelano un comportamento simile a quello dei dischi rigidi a tutti i valori della velocità di deformazione. Non si osserva migrazione radiale se non per valori così alti della velocità di deformazione per cui si manifesta l'effetto di Segrè – Silberberg.

1.3.4 Il moto di sospensioni concentrate di particelle e globuli rossi

Quando la sospensione non è molto diluita (concentrazione superiore a 0,5 %) le particelle
sospese sono soggette a frequenti interazioni idrodinamiche, che possono essere molto intense
assumendo caratteri prossimi a quelli di vere e proprie collisioni. Le conseguenze sono numerose, sia sulle particelle, che subiscono maggiori deformazioni, sia sulla fase fluida di cui viene alterato il profilo di velocità.

1.3.4.1 Sospensioni di particelle rigide e deformabili

Sospensioni relativamente diluite (concentrazioni minori del 5%) di particelle costituite da piccole sfere rigide presentano un profilo di velocità delle sfere molto prossimo a quello parabolico. Al crescere delle dimensioni delle particelle e/o della concentrazione la distribuzione di velocità va appiattendosi (Figura A). Inoltre, nel caso di particelle rigide la distribuzione di velocità è determinata solo dalla concentrazione e dalle dimensioni delle particelle, non è cioè influenzata dalla portata. Nel caso di particelle costituite da gocce la tendenza della distribuzione di velocità ad appiattirsi al crescere delle dimensioni delle particelle e della loro concentrazione è meno pronunciata (Figura A). Inoltre, sia nel caso di gocce che in quello di particelle solide deformabili tale tendenza si riduce ulteriormente al crescere della portata.

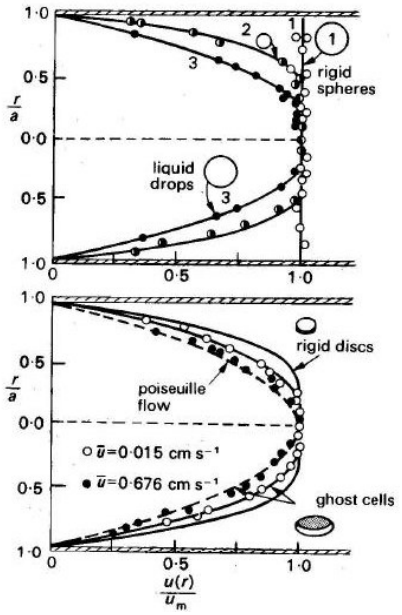


Figura: Distribuzioni di velocità (normalizzate rispetto alla velocità assiale) di sospensioni concentrate di particelle in moto in condotti rettilinei per valori molto bassi del numero di Reynolds.

A) Sospensioni, con concentrazioni del 30%, di sfere rigide grandi (b/a =0,12) (1), sfere rigide piccole (b/a =0,06) (2), gocce liquide grandi (b/a =0,12) (3)
B) Sospensioni di 'eritrociti fantasma' sono confrontate con sospensioni di dischi rigidi di dimensioni e concentrazioni molto prossime. (Da Goldsmith, 1972).

1.3.4.2 Sospensioni di globuli rossi e sospensioni di dischi rigidi

La figura precedente mette a confronto le distribuzioni di velocità di sospensioni di globuli rossi 'fantasma' e di dischi rigidi di dimensioni e concentrazioni molto vicine: emerge chiaramente come la regione di "moto in blocco" sia più estesa nel caso dei dischi rigidi. Inoltre, nel caso di sospensioni di cellule, tale regione va riducendosi ulteriormente al crescere della portata tendendo a riprodurre la distribuzione parabolica alle portate più alte.
La differenza di comportamento evidenziata da tale confronto è legata alla deformabilità della
cellula, le cui manifestazioni si amplificano considerevolmente quando essa è immersa in
sospensioni concentrate: basti osservare che in quest'ultimo caso deformazioni significative della membrana della cellula si manifestano a basse velocità di deformazione, intorno a 3 s^{-1}, mentre nel caso di cellule isolate si rivelavano necessarie velocità di deformazione superiori a 100 s^{-1}.

1.3.5 L'onda di pressione nella rete arteriosa

La pressione trasmurale del sangue.
La pressione del sangue comprende tre componenti:

- una componente atmosferica p_o, normalmente assimilata alla pressione che si ha nell'atrio destro in condizioni di rilassamento del muscolo
- una componente idrostatica (ρgh) pari alla pressione statica in una colonna di sangue
  alla quota h misurata rispetto all'atrio destro
- una componente dinamica ($\frac{1}{2}\rho v^2$), generata dall'eiezione cardiaca e
  responsabile da sola del moto del sangue nel sistema circolatorio: si noti che il valore di p viene misurato clinicamente 'a livello del cuore ', assume valori intorno a 13,3 kN m^{-2} (circa 100 mm Hg) nelle grandi arterie e si riduce fortemente nella microcircolazione sicché la pressione media nelle vene cave assume valori inferiori a 0,6 kN m^{-2} (4,6 mm Hg) e risulta ancora più vicina a zero in corrispondenza dell'atrio destro.

La pressione alla quale dovrebbe essere riferita la pressione misurata del sangue è il valore presente all'interno del torace. Quest'ultima varia con la respirazione e assume tipicamente valori inferiori alla pressione atmosferica, in misura pari a circa 2 kN m^{-2} (-11 mm Hg), quando il polmone si espande: infatti, la contrazione del muscolo ventricolare genera una pressione trasmurale p_{tm} fra la parte interna e la parte esterna del ventricolo che è interna al torace.
La pressione trasmurale varia nei diversi vasi in conseguenza dell'effetto della pressione idrostatica e poiché la pressione esterna ai vasi (fatta eccezione per il torace ed il cranio) è all'incirca atmosferica precisamente circa –0,25 kN m^{-2}, cioè -2 mm Hg, secondo Wiederheim, (1972) la pressione trasmurale p_{tm} è quasi ovunque pari a ($p-\rho gh$).
La pressione idrostatica, influenzando la pressione trasmurale determina, attraverso le proprietà elastiche dei vasi, il loro calibro. La pressione trasmurale media si aggira intorno a 13,3 N m^{-2} 103 mm Hg) all'ingresso dell'aorta e intorno a 0,5 kN m^{-2} (4 mm Hg) all'uscita dalle vene ave. ei grandi vasi del piede (circa 1,1 m più in basso) i valori precedenti aumentano di 11 kNm^{-2}
(5 mm Hg) sicché entrambi i tipi di vasi si dilatano, hanno sezione circolare e risultano molto rigidi. Si noti tuttavia che una riduzione della pressione trasmurale può essere

attivamente indotta a una vasocostrizione attivata dai riflessi e dall'azione delle valvole venose.
Nei vasi posti a quota più levata del cuore (come in corrispondenza di un braccio sollevato) p_{tm} si riduce. Se ciò ha un modesto effetto sulle arterie che restano tutte aperte, al contrario tale riduzione influenza significativamente le vene che sono soggette ad una pressione trasmurale negativa e, quindi, collassano.

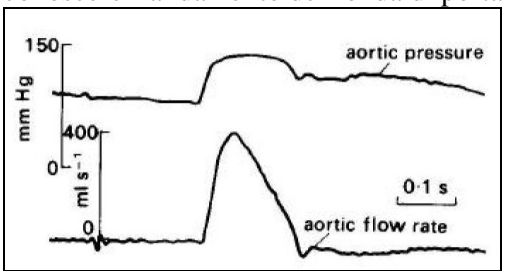
1.3.5.1 Caratteristiche dell' onda di pressione
L' onda si pressione mostra le seguenti caratteristiche:

- anzitutto la pressione si comporta evidentemente come un'onda , il segnale cioè si
  propaga dal centro verso la periferia
- l'onda di pressione si propaga deformandosi, più precisamente l'onda si irripidisce, aumenta la sua ampiezza (cioè si amplifica) e va perdendo la presenza del 'dicrotic notch'[26]
- la pressione media va riducendosi dal centro verso la periferia, malgrado l'aumento
  dell'ampiezza: tale fatto non si nota facilmente poiché la caduta di
  pressione media lungo l'intera aorta si aggira intorno a 0,5 KN m^{-2} (4 mm Hg) mentre
  l'ampiezza dell'onda quasi raddoppia.

Questo processo di amplificazione si estende fino al livello della terza biforcazione nei cani
(ad esempio fino al livello dell'arteria safena) mentre a valle di essa sia la pressione media che l'ampiezza dell'onda vanno decrescendo rapidamente fino ai livelli normali della
microcircolazione.
Il passaggio dell'onda di pressione è accompagnato dalla propagazione di un'onda di dilatazione-contrazione radiale dei vasi che appare quasi in fase con la prima, suggerendo un comportamento prevalentemente elastico dei vasi, e caratterizzata da deformazioni circonferenziali piuttosto piccole ($\Delta R/R$ dell'ordine del 7%). Ciò giustificherà l'adozione di un modello lineare[27] per lo studio della propagazione ondosa.

1.3.6 L' onda di velocità nella rete arteriosa

Al fine di porre le basi per un'analisi della meccanica della propagazione ondosa è necessario
conoscere l'andamento dell'onda di portata insieme a quella dell'onda di pressione.



[26] Il punto sulla curva discendente della pressione arteriosa che segnala la chiusura della valvola aortica e l'inizio della diastole.
[27] Il modello lineare a cui ci si riferisce è quello di un materiale elastico che rispetta al legge di Hooke.

Fig. 1: Distribuzioni simultanee di pressione e velocità nell'aorta ascendente del cane in condizioni di riposo
(da Noble, 1968) .

La fig. 1 mostra tali andamenti a livello dell'aorta ascendente in prossimità della valvola aortica di un cane in condizioni di riposo. Si osserva un periodo di moto diretto, che ha inizio all'apertura della valvola aortica, in cui la velocità cresce rapidamente raggiungendo un picco per poi ridiscendere anche se meno rapidamente, segue un breve periodo di moto retrogrado (cioè verso la valvola aortica in fase di chiusura) e, infine, il sangue permane in quiete fino al termine del ciclo cardiaco.
A riposo la durata della fase di moto diretto occupa da un quarto ad un terzo della durata del ciclo. Al crescere della frequenza cardiaca, per esempio in fase di esercizio, si accorciano sia la durata della sistole che quella della diastole, in misura tuttavia maggiore per quest'ultima, sicché la fase di moto diretto occupa fino al 50% della durata del ciclo cardiaco.
La velocità massima nel ciclo dipende da molti fattori (fra i quali anche le condizioni sperimentali ed il tipo di anestesia): nel cane in condizioni normali essa raggiunge tipicamente valori che si aggirano intorno a 1 m s^{-1}.

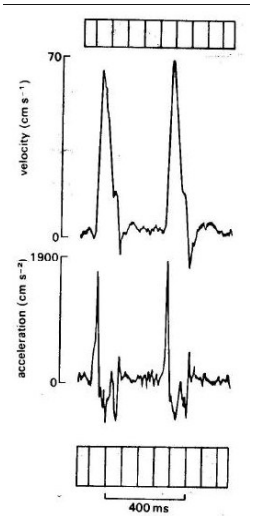
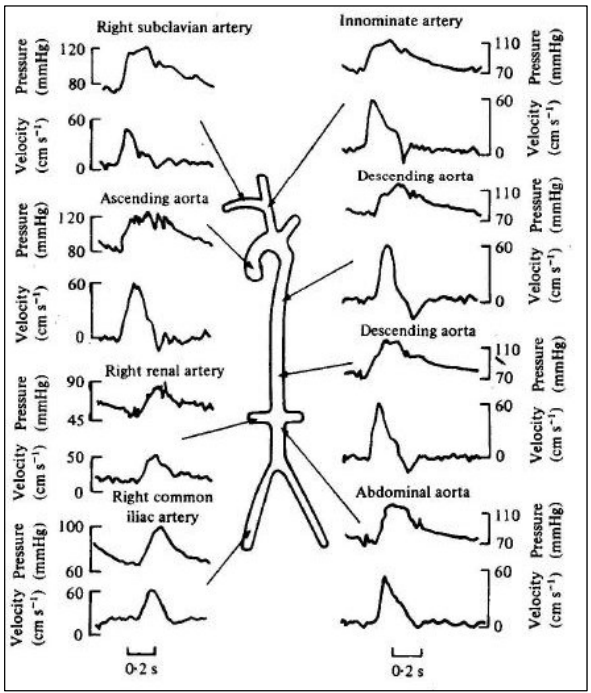


Fig. 2:Distribuzioni simultanee di velocità e accelerazione nell'aorta ascendente dell'uomo in condizioni di riposo.
L'accelerazione è calcolata derivando elettronicamente il segnale di velocità (da Bennett et al., 1974).

L'accelerazione del sangue all'inizio dell'eiezione è estremamente elevata: il valore di picco raggiunge 5 – 10 g nel cane in condizioni normali e può crescere anche del 50 % in condizioni di esercizio. Come appare dalla fig. 7.3.2 i valori che si osservano nell'uomo sono un po' minori.
La relazione fra pressione e portata all'ingresso dell'aorta è illustrata in dettaglio nella fig. 3 in cui le scale della portata e della pressione sono rese comparabili per rendere il confronto possibile. All'inizio della sistole, pressione e portata crescono in fase, un fatto che dimostra che è il gradiente di pressione e non la pressione a determinare la portata. Nella fase sistolica avanzata la sincronia fra onda di pressione e onda di portata cessa, essenzialmente per effetto dell'arrivo dell'onda di pressione riflessa



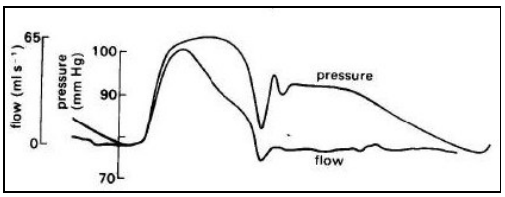


Fig. 3: La relazione fra pressione e portata all'ingresso dell'aorta del cane è illustrata in dettaglio utilizzando scale per la portata e la pressione comparabili (da Kouchoukos et al., 1970).

Fig. 4: Distribuzione delle onde di pressione e velocità rilevate simultaneamente in diversi siti della rete arteriosa sistemica dell'uomo (da Mills et al., 1970)

1.3.6.1 Caratteristiche dell' onda di velocità

L'evoluzione spaziale del profilo della velocità dal cuore verso la periferia, è riportata in fig. 4: la velocità è qui misurata in asse per mezzo di una sonda elettromagnetica posizionata all'estremità di un catetere. Si osservano alcune caratteristiche di rilievo:

- anzitutto, emerge chiaramente che l'ampiezza dell'onda di velocità va attenuandosi dal

centro verso la periferia, comportamento opposto a quello presentato dall'onda di pressione che va amplificandosi ed irripidendosi: tali comportamenti richiederanno un'interpretazione meccanica nell'ambito dei modelli che verranno discussi nei paragrafi che seguono;

- l'entità del moto retrogrado va crescendo dal centro verso la periferia: all'altezza

dell'aorta ascendente il moto retrogrado è possibile in parte per effetto di un arretramento della valvola (non si ha invece un significativo rigurgito nel ventricolo) e

in parte per il deflusso diastolico nelle arterie coronarie; procedendo verso la periferia

cresce la capacità dell'aorta di dilatarsi fra la sezione considerata dell'aorta ed il cuore,

il che consente l'effetto di immagazzinamento necessario a rendere possibile il moto

retrogrado;

- i profili di velocità in fig. 4 mostrano la presenza di oscillazioni in misura più accentuata di quanto appaia nel confronto fra gli andamenti delle onde di pressione e velocità in diversi siti della rete delle grandi arterie canine: ciò dipende dall'incapacità dei flussometri elettromagnetici di apprezzare la presenza di oscillazioni ad elevata frequenza.

1.3.6.2 Profili di velocità nella sezione

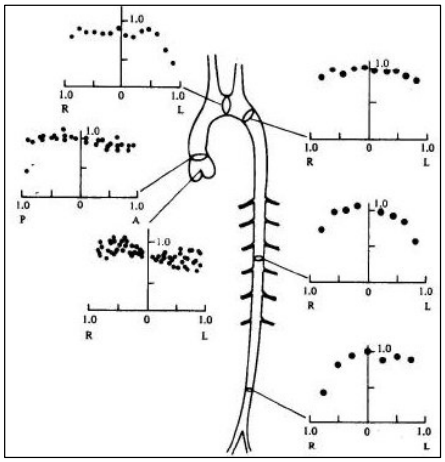


Fig. 5 Profili trasversali della velocità mediata nel ciclo e normalizzata rispetto alla velocità media in asse.
La coordinata trasversale è normalizzata rispetto al raggio del vaso (R destra, L sinistra, P posteriore, A anteriore).

La fig. 5 mostra che la distribuzione di velocità è sensibilmente piatta nell'aorta, anche se lo spessore degli strati limite cresce nell'aorta addominale.
Simili osservazioni, di un profilo sostanzialmente piatto con probabili sottili strati limiti (vedi capitolo strato limite 1.2.1) sono state effettuate anche nell'aorta ascendente. Nel piano dell'arco aortico il profilo è simmetrico rispetto all' asse del vaso in prossimità della valvola aortica, ma si deforma accelerando in prossimità della parete posteriore dell'aorta (cioè sul lato interno della curva) all'ingresso dell'arco aortico .
L'interpretazione di tale effetto è complessa, essendo legata all'instaurarsi di un gradiente di pressione trasversale associato alla curvatura del vaso (dato dalla pressione dinamica del sangue in movimento) ed alla presenza di vasi che biforcano dall'arco aortico. Sono state rilevate le distribuzioni di velocità anche nel piano ortogonale al

piano dell'arco aortico sufficientemente a valle della valvola, dove l'arteria polmonare non interferisce più con l'aorta ascendente. Anche in questo caso il profilo si rivela distorto con velocità maggiori lungo la parete sinistra nel corso della sistole.

1.4 La fluidodinamica cardiaca

Dato che lo studio dell' emodinamica è lo studio di un circuito chiuso pulsatile va trattata anche una minima meccanica del cuore, ossia la "pompa volumetrica" di questo circuito, come anche la sua anatomia.

1.4.1 Anatomia cardiaca

Il cuore umano è situato nella cavità toracica fra i polmoni. Il suo peso normale si aggira
intorno allo 0,5 % del peso corporeo, dunque un soggetto di peso 70 Kg ha un cuore di peso pari a 350 g circa.
Il cuore nel suo complesso è circondato da una sottile sacca (il pericardio), prevalentemente
costituita da collagene (un tessuto elastico caratterizzato, ricordiamo, da valori elevati del modulo di elasticità e a comportamento fortemente non lineare, ossia che non rispetta la legge di Hooke per i materiali elastici), a sua volta collegata ad altre strutture del torace inclusa la spina dorsale. Il pericardio è composto da due strati (pericardio viscerale e parietale) separati da un sottile strato di fluido lubrificante che riduce l'attrito creato dall'azione di pompaggio del cuore. In condizioni normali il pericardio non è molto teso e non influisce sulla pressione e volumi cardiaci.
La parete del cuore comprende tre strati: oltre allo strato esterno, l'epicardio, lo strato intermedio, muscolare detto miocardio, e lo strato interno detto endocardio.
Il cuore comprende quattro camere, di cui quelle superiori, gli atrii, sono anatomicamente separate dalle due camere 'inferiori', i ventricoli, attraverso valvole. Cuore destro e cuore sinistro costituiscono da un punto di vista funzionale due sistemi di pompaggio indipendenti che alimentano rispettivamente la circolazione polmonare (atrio destro, ventricolo destro, arteria polmonare, polmoni, vene polmonari) e la circolazione sistemica (atrio sinistro, ventricolo sinistro, aorta, arterie, arteriole, capillari, venule, vene, vene cave).

1.4.2 Portata cardiaca

La funzione generale del cuore è naturalmente quella di generare la portata sanguigna necessaria a soddisfare le esigenze del metabolismo. La portata cardiaca media Q può esprimersi come prodotto della gittata cardiaca G per la frequenza cardiaca υ:

$$Q = G\upsilon$$

Dove $\upsilon = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$, e ω è la velocità angolare, vedi capitolo 1.2.3

La frequenza cardiaca è soggetta prevalentemente al controllo del sistema nervoso: fibre nervose dei sistemi parasimpatico e simpatico innervano il nodo SA ed il nodo AV influenzando frequenza e velocità di propagazione dell'impulso elettrico e, quindi, frequenza cardiaca e intensità della contrazione del muscolo cardiaco.
Il carattere pulsante dell'attività cardiaca implica che la sua efficienza in termini di gittata cardiaca è il risultato dell'efficienza di due distinte funzioni, la funzione di riempimento o diastolica, cioè la capacità del ventricolo sinistro di rilassarsi e immagazzinare la gittata cardiaca alle basse pressioni caratteristiche dell'atrio sinistro, e la funzione sistolica, definita dalla capacità del ventricolo sinistro di contrarsi e dar luogo all'eiezione della gittata cardiaca alle elevate pressioni caratteristiche dell'aorta.

1.4.2.1 La funzione sistolica

La gittata cardiaca è controllata prevalentemente da tre meccanismi.

Il primo meccanismo è la capacità del muscolo cardiaco di dilatarsi in misura crescente durante la diastole al crescere del volume di sangue accumulato nel ventricolo alla fine della diastole (V_{df}): tale meccanismo è noto come 'la legge del cuore' o legge di Frank - Starling.

La conseguenza di tale capacità delle fibre miocardiche di dilatarsi è quella di accrescere la sovrapposizione fra filamenti di miosina ed actina nei sarcomeri (fig.1) e, quindi, il numero dei

siti in cui si realizza l'interazione fra i filamenti: si accresce quindi la tensione indotta nel tessuto muscolare. Tipicamente il sarcomero si allunga fino a 2 μm durante la diastole. La lunghezza ottimale del sarcomero è tuttavia pari a 2,2 μm, esiste cioè una riserva di allungamento dei sarcomeri e quindi di aumento della tensione muscolare. La legge di Frank-Starling è efficace per allungamenti che non eccedono i 2,4 μm. Per valori superiori dell'allungamento la tensione muscolare si riduce.

La crescita della tensione muscolare al crescere di V_{df} implica la crescita della gittata cardiaca

G , sicché sussiste una dipendenza monotona di G da V_{df} (fig. 2) almeno per valori di V_{df} non superiori ad una soglia cui corrisponde il massimo allungamento dei sarcomeri compatibile con una crescita della tensione muscolare.

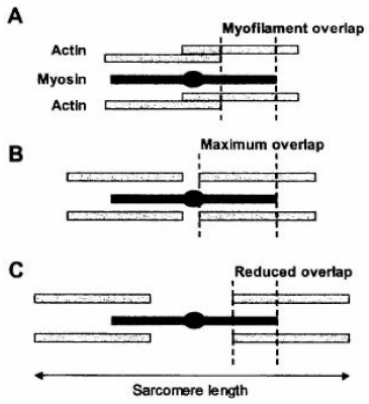


Fig. 1: Effetto della lunghezza dei sarcomeri sulla sovrapposizione dei miofilamenti. (A) Lunghezza usuale del sarcomero 2 mm ; (B) Lunghezza ottimale del sarcomero 2,2 mm ; (C) Lunghezza eccessiva del sarcomero 2,5 mm .

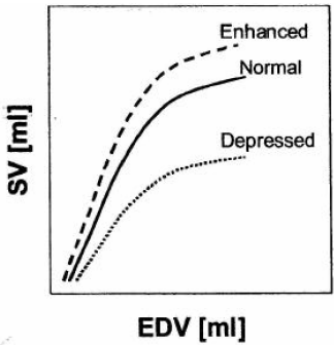


Fig. 2: Dipendenza della gittata cardiaca G dal volume di sangue ventricolare alla fine della diastole V_{df}.

Il secondo meccanismo che controlla la gittata cardiaca è la contrattilità del tessuto muscolare, cioè la capacità del tessuto di accrescere la sua tensione e, quindi, la sua capacità di contrazione, indipendentemente da variazioni della lunghezza delle fibre miocardiche.

L'aumento della contrattilità dipende da una crescita delle interazioni actina – miosina nel sarcomero, legata alla concentrazione intracellulare di ioni calcio liberi.

Una semplice interpretazione della variazione della contrattilità è stata proposta da Beneken e De Wit (1967).

Il modello proposto introduce una caratteristica dipendente dal tempo, l'elastanza E, attraverso la relazione:

$$E(t) = \frac{p(t)}{V(t) - V_0}$$

Dove: p è la pressione nel ventricolo, V il volume ventricolare e V_0 il volume ventricolare a ventricolo scarico.

Da notare il fatto che questa funzione contiene ben due variabili temporali caratterizzati da una dipendenza non lineare, quindi la complessità della rappresentazione grafica è facilmente intuibile.
La tipica dipendenza dal tempo dell'elastanza è riportata in fig. 3. Il valore massimo di E si raggiunge in prossimità della fine della fase sistolica ed è considerata una misura della contrattilità del miocardio, che si rivela dipendente dalla frequenza cardiaca ma relativamente indipendente dalla sollecitazione cui il ventricolo è sottoposto.
Da precisare il fatto che la fig. 3 rappresenta un solo ciclo cardiaco, il grafico completo sarebbe una ripetizione di quello rappresentato con una frequenza pari a quella cardiaca considerata.

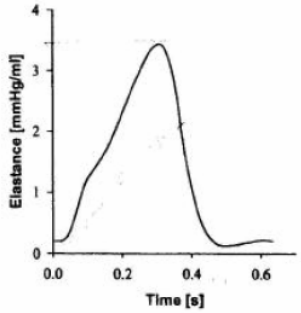


Fig. 3 Andamento temporale dell'elastanza (curva di sinistra). Curve pressione-volume di un cuore umano al variare del volume di sangue ventricolare a fine diastole V_{df}.
Il terzo meccanismo che controlla la gittata cardiaca è la relazione fra la tensione che il ventricolo deve sviluppare durante la sistole per aprire la valvola aortica, le caratteristiche geometriche del ventricolo e la pressione intraventricolare. L'approccio più semplice per la derivazione di tale relazione è fondato sulla grossolana schematizzazione del ventricolo sinistro
come un guscio sferico sottile. Una semplice condizione di equilibrio statico simile a quella adottata per i vasi arteriosi consente di determinare una relazione nota come Legge di Laplace:

$$\sigma = \frac{pR}{2h}$$

Dove: σ è la tensione uniformemente distribuita nella parete del guscio, R è il raggio del guscio sferico ed h lo spessore della parete. L' equazione suggerisce che la tensione del miocardio cresce con fattori che accrescono pressione o volume ventricolare (p e R), mentre si riduce quando la parete del ventricolo diventa maggiore (o ipertrofica) (h).
Modelli più sofisticati della statica del ventricolo, che tengono conto della sua effettiva geometria, dello spessore non piccolo della parete e del suo comportamento viscoelastico sono stati recentemente proposti ma la complessità di questi modelli è molto maggiore.

1.4.2.2 La funzione diastolica.
Esaminiamo ora i fattori che controllano il volume sanguigno entrante nel ventricolo sinistro.
Il primo dei meccanismi che controllano la funzione diastolica è il *ruolo della funzione atriale* (il riempimento del ventricolo dipende infatti in misura significativa dalla pressione atriale) che può distinguersi in:

1.4.2.2.1 funzione serbatoio

La funzione serbatoio si riferisce alla capacità dell'atrio sinistro di immagazzinare un volume sufficiente di sangue con la valvola mitrale chiusa.

1.4.2.2.2 funzione condotto

La funzione condotto si esplica nella fase successiva, in cui a valvola mitrale aperta, il sangue proveniente dalle vene polmonari passa direttamente attraverso l'atrio nel ventricolo. Si ha qui un modesto aumento sia della pressione che del volume atriali.

1.4.2.2.3 funzione pompa

La funzione pompa si riferisce all'ultima fase, in cui l'atrio si contrae (sistole atriale) generando un'ulteriore immissione di sangue nel ventricolo sinistro.

Il secondo dei meccanismi che controllano la funzione diastolica è il ruolo della resistenza opposta dalla valvola mitrale. Nel cuore normale Salisbury et al. (1963) hanno mostrato che la tensione delle corde valvolari corrisponde all'evoluzione della pressione ventricolare solo nella fase della contrazione isovolumetrica, mentre i due tracciati divergono nel resto del ciclo cardiaco. In altre parole, il funzionamento dell'apparato della valvola mitrale è passivamente governato dall'idrodinamica.
Il terzo dei meccanismi che controllano la funzione diastolica è il ruolo del rilassamento ventricolare che ha inizio a metà della sistole e continua nel primo terzo della diastole. In tale fase la pressione ventricolare decade dal valore sistolico finale fino a valori inferiori alla pressione atriale. Il processo di rilassamento dipende dalla frequenza cardiaca, dalla temperatura, da stimoli neuroormonali e in qualche misura anche dalla tensione del muscolo ventricolare (Leite – Moreira et al., 1999). Il decadimento della pressione in questa fase è descrivibile attraverso una legge esponenziale.
Il quarto ed ultimo meccanismo che controlla la funzione diastolica è la dilatabilità complessiva del ventricolo, cioè la sua capacità di accrescere il suo volume al variare della pressione. Tale proprietà è facilmente quantificabile se si esprime la dipendenza della pressione ventricolare p dal volume V nella forma:

$$p = b\exp(k_c V)$$

con b ($[FL^{-2}]$) e k_c ($[L^{-3}]$) parametri empirici.

2 Leggi di governo del flusso sanguineo

Il flusso di un qualsiasi flusso all' interno di condotti e non, rispetta delle leggi fondamentali della meccanica dei fluidi, queste sono quindi molto importanti per comprendere il comportamento del sangue all' interno delle vene.

2.1 Equazione fondamentale della statica dei fluidi

Considerato un fluido in equilibrio, rispetto ad un sistema di riferimento ortonormato O_{xyz} inerziale, ogni suo elemento di volume infinitesimo deve essere in quiete rispetto al sistema di riferimento, e quindi la somma delle forze agenti su di essi deve essere nulla:

$$\sum \vec{F}_i = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \sum(\vec{F}_i)_x = 0 \\ \sum(\vec{F}_i)_y = 0 \\ \sum(\vec{F}_i)_z = 0 \end{cases}$$

2.2 Legge di Stevino

In un liquido incomprimibile sottoposto alla sola forza di gravità e contenuto in un recipiente aperto, la pressione in ogni punto interno al liquido è direttamente proporzionale al peso della colonna di liquido soprastante, e quindi all'altezza di questa ultima, dalla densità del fluido e dall' accelerazione di gravità, ma è totalmente indipendente dalle dimensioni o dalla forma del contenitore. Questo risultato, è noto come legge di Seivino.

In condizioni di equilibrio la superficie libera di un liquido deve essere piana e orizzontale, in caso contrario la forza di gravità farebbe scorrere le parti più in alto sino a portarle su un piano orizzontale.

Uno strato orizzontale di liquido **S**, che si trova ad una profondità **h**, subisce una pressione dovuta al peso del liquido che gli sta sopra.

Consideriamo un liquido che ha una densità d, contenuto in un recipiente di sezione S

Sullo strato AA_1 , oltre alla pressione atmosferica agisce una pressione causata dal peso della colonna di liquido sovrastante di base S e altezza h.

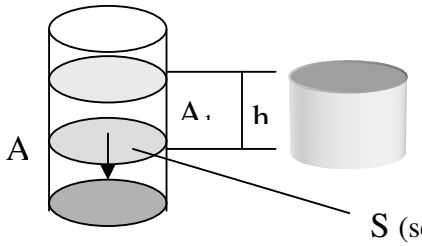
Dobbiamo calcolare il peso del liquido sovrastante che ha la forma di un cilindro, perciò il suo volume sarà $V = Sh$ Conoscendo la densità possiamo calcolarne la massa $m = \rho V$

Sostituendo: $m = \rho Sh$

Ora utilizzando la relazione $F_p = mg$ e calcoliamo il peso che sarà:

$F_p = mg$ sostituendo:

$F_p = \rho Shg$



S (sezione del recipiente)

La pressione è data da $P = \frac{F}{S}$, sostituendo ad F la forza peso del liquido avremo:

$P = \frac{F}{S} = \frac{\rho Sgh}{S}$ semplificando si ottiene:

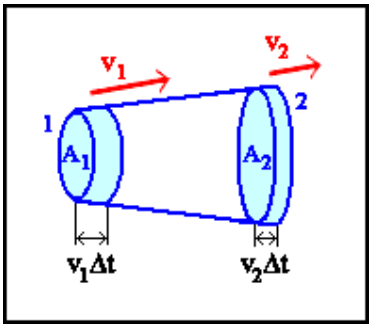
$P = \rho gh$

Aggiungendo la pressione atmosferica:

$P = P_{atm} + \rho gh$ [legge di Stevino]

Questa legge è importante per il flusso del sangue all' interno del corpo, poiché noi viviamo in posizione eretta e questo crea quindi una differenza notevole di pressione statica del sangue negli arti inferiori rispetto alla parte superiore del corpo.

2.3 Equazione di continuità



L' equazione di continuità traduce il principio fisico di conservazione della massa (ed anche del volume, posta la condizione di incomprimibilità) applicato ad un fluido che percorre il suo cammino all'interno di un condotto a sezione variabile.
Questo concetto esprime essenzialmente che la massa di fluido perfetto in moto stazionario che entra in un condotto di sezione d'entrata A_1 in un tempo Δt deve essere uguale alla massa di fluido che fuoriesce dallo stesso condotto con una sezione d'uscita diversa A_2 nello stesso intervallo di tempo Δt (portata Q costante) secondo l'equazione:

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

Essa esprime la proporzionalità inversa in una qualunque sezione di condotto tra la velocità e l' area della sezione, ed è anche nota come la "legge di Leonardo".
Nel caso in cui in 1 la densità del fluido è ρ_1 e in 2 la densità è ρ_2**,** la relazione può essere generalizzata nella forma:

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2$$

Questa forma generale può essere applicata alla dinamica del sangue nel caso in cui passando per una vena più interna e più calda diminuisce di densità dilatandosi col calore prelevato dalla parete venosa per convezione.
Inoltre, con questo teorema si può spiegare l' instaurarsi di un moto turbolento in seguito a un brusco cambiamento di sezione, poiché questo comporta un' aumento della velocità del flusso e quindi questo può portare a superare quella limite, per la quale il numero di Reynolds è tale da determinare un deflusso turbolento (esempio: turbolenza all'uscita di una stenosi).

2.4 Il teorema di Bernoulli

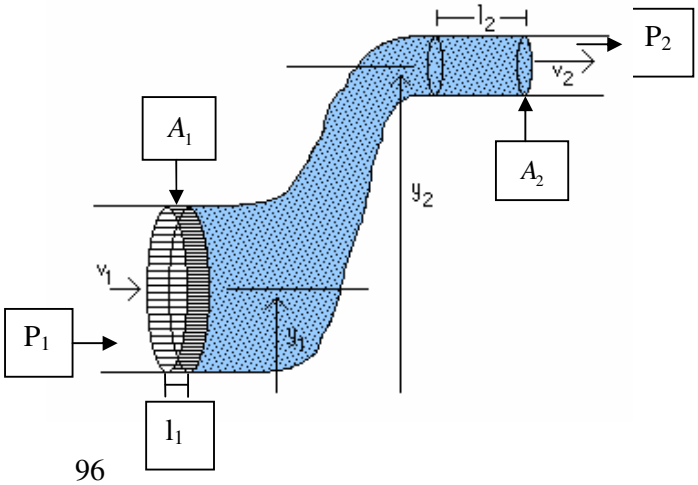
Enunciato da D. Bernoulli per i liquidi ideali in moto stazionario irrotazionale,il teorema di Bernoulli rappresenta una diretta conseguenza della legge di conservazione dell'energia meccanica. Il teorema esprime sostanzialmente che se si considera un tubo di flusso (materializzabile con una condotta senza attrito), in ogni punto di esso per una particella del liquido è costante la somma delle energie cinetica, potenziale e di pressione, in formula:

$$p + \rho g y_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = p + \rho g y_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

Quindi:

$$p + \rho g y + \tfrac{1}{2}\rho v^2 = k[\text{costante}]$$

Dove **p** [Pa] è la pressione "normale"(atmosferica nel caso dell'aria) che agisce perpendicolarmente a tutte le superfici a contatto con il fluido, ρ [Kg/m^3] è la densità del fluido, **g** [9.81 m/s^2] è la costante di accelerazione terrestre, h [m] è la



quota in cui si trova il fluido, e **v** [m/s] è la velocità del fluido.
Le sue applicazioni in idraulica e in aerodinamica sono molte e importanti, per cui può essere considerato come il teorema fondamentale della meccanica dei fluidi.
Il fenomeno del collasso di una vena in seguito a un aumento della velocità dl flusso si spiega con questa legge di conservazione, poiché essa dice che a un aumento della velocità del flusso corrisponde una diminuzione della pressione statica, e quindi normale al vaso, sulla quale parete interna si forma una depressione diretta verso l' asse del vaso.

3 Implicazioni pratiche alla cardiochirurgia

L'importanza dell'uso della simulazione numerica nello studio dei fenomeni fluidodinamici risiede nella possibilità di osservare da vicino fenomeni fisici di difficile osservazione sperimentale. Nel caso in esame è possibile mettere in evidenza la complessità del campo di moto nelle arterie polmonari in seguito alla connessione cavopolmonare.

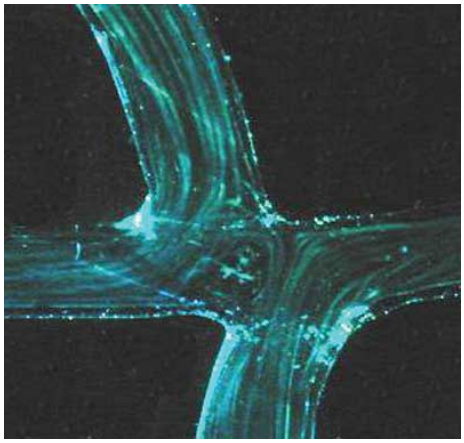
3.1 Connessione cavopolmonare totale extracardiaca

Con la connessione cavopolmonare extracardiaca è possibile mettere in serie i 2 circoli sistemico e polmonare nonostante l'assenza di un ventricolo destro funzionante. Il sangue venoso sistemico va ad ossigenarsi ai polmoni, senza la spinta di un ventricolo, per differenza di pressione e per azione di aspirazione diastolica dal ventricolo funzionante sinistro.
Questo campo di ricerca riguarda in particolare il paziente di età pediatrica: circa l1% dei neonati soffre di anomalie cardiache e di questi la metà richiede un intervento sollecito (entro il primo anno di vita), in modo da ripristinare una circolazione soddisfacente, essendo questa pregiudicata da anomalie morfologiche o funzionali. Si affermata negli ultimi anni una classe di interventi chirurgici ricostruttivi, che creano la cosiddetta circolazione Fontan, dal nome del chirurgo che ne ha proposto l'introduzione nella pratica clinica, oltre trent' anni fa.
Inizialmente questa procedura riguardava il bypass del ventricolo destro, affetto da malformazioni e quindi incapace di sospingere il flusso sanguigno nelle arterie polmonari, che portano il sangue venoso ai polmoni. Più recentemente il bypass del ventricolo stato adottato con successo anche nel caso della sindrome del cuore sinistro ipoplasico (nota in letteratura come HLHS - Hypoplastic Left Heart Syndrome), in modo da far svolgere al ventricolo destro il ruolo di unico generatore di pressione (contrariamente a quanto avviene nel caso fisiologico, quando il ventricolo sinistro a svolgere il lavoro principale).
In questo tipo di operazione, il flusso dalla vena cava inferiore raggiunge l'arteria polmonare tramite un condotto protesico vascolare che segue esternamente la curvatura del cuore.
In seguito a questo tipo di procedure chirurgiche, un solo ventricolo a sostenere il carico della perfusione, sia sistemica che polmonare. quindi evidente come sia necessario ottimizzare la geometria della connessione per evitare di sovraccaricare il ventricolo funzionale, ad esempio con perdite di pressione concentrate ai capi delle anastomosi fra i vasi coinvolti nella particolare operazione ricostruttiva. Sorge naturalmente l'esigenza di considerare il problema da pi punti di vista, per cui ultimamente si verificato un incremento delle collaborazioni fra clinici e bioingegneri, che ha portato a un significativo progresso nello studio della circolazione univentricolare.

3.1.1 Approccio biomeccanico

L'approccio biomeccanico allo studio dell'apparato cardiovascolare caratterizzato da una notevole complessità, dovuta sia alla necessità di considerare geometrie non elementari, sia al carattere non stazionario dei fenomeni circolatori. Vari approcci allo studio dei problemi biomeccanici (sperimentale, analitico, computazionale) sono attualmente adottati per far fronte a tale complessità. Nell'ambito di modelli numerici, un obiettivo promettente risulta lo studio dei fenomeni emodinamici mediante i cosiddetti modelli multiscala, per cui alcuni distretti vengono modellizzati tridimensionalmente, mentre i rimanenti distretti della parte considerata del sistema cardiovascolare possono essere caratterizzati con modelli molto pi semplici, a costanti

concentrate (oppure, equivalentemente, a dimensione zero), senza apprezzabile perdita di accuratezza nel risultato finale. Questo tipo di studi non può comunque sostituire la modellizzazione fisica nello studio dell'emodinamica locale comprensivo del bilancio energetico.
Lo studio ha riguardato una caratterizzazione velocimetrica in vitro di due geometrie di TECPC (connessione cavopolmonare totale extracardiaca), una avente un offset di 6 mm fra le anastomosi delle vene cave (figura 1) e l'altra con le vene cave direttamente opposte luna all'altra (figura 2). Un altro obiettivo possibile, ancora fuori della portata delle attuali apparecchiature di acquisizione ed elaborazione dei dati biomedici, ma sicuramente raggiungibile in un prossimo futuro, costituito dalla simulazione predittiva: mediante i dati clinici preoperatori sarà possibile valutare il risultato di una particolare operazione chirurgica, consentendo cos di adattare le competenze cliniche e tecnologiche alle specifiche caratteristiche del paziente.



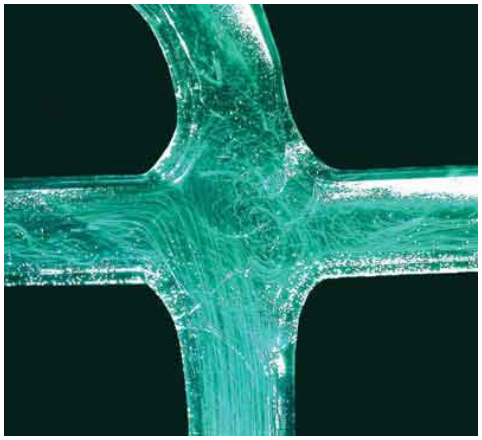


Figura 1(sinistra):Visualizzazione di flusso nel modello di connessione cavopolmonare totale con offset fra anastomosi delle vene cave.
Figura 2(destra):Visualizzazione di flusso nel modello di connessione cavopolmonare totale con vene cave direttamente opposte.

Le foto sono state prese illuminando un piano di simmetria della TECPC (contenente gli assi dei vasi connessi mediante anastomosi) tramite un fascio di luce laser, si sono registrate immagini del flusso nella connessione. Per quanto riguarda lo studio mediante PIV[28] (velocimetria a immagine di particelle), la cross-correlazione dell'intensità di tali immagini di particelle ha consentito di calcolare la velocità (due componenti nel piano di illuminazione; la terza, ortogonale a detto piano, è di solito trascurabile) in ogni punto della sezione considerata.
La visualizzazione ha evidenziato come nella TECPC senza offset il flusso sia molto più disturbato che nella connessione con offset, essendo nel primo caso i due flussi cavali in competizione fra loro, per cui non si ha una ripartizione ordinata degli stessi. Come mostrato in Figura 1, c'è una zona, a metà strada fra le due anastomosi, dove le

[28] Questa tecnica consente misure accurate di campi di flusso complessi in tempi ridotti (contrariamente ad altre tecniche che permettono di misurare la velocità relativa a un singolo punto alla volta), sfruttando la potenza computazionale dei moderni calcolatori nell'analisi di immagini del flusso. Questa tecnica consiste nel rilasciare particelle riflettenti all'' interno del fluido, illuminarne una parte con un piano di luce laser, acquisire immagini in serie dello stesso tratto del condotto e calcolare lo spostamento di ogni particella in funzione del tempo per poi ricavarne la velocità media e la direzione. A dipendenza del fascio laser considerato si possono fare analisi diverse, per esempio per il piano laser perpendicolare all'' asse del condotto si ricaveranno risultati riguardanti i movimenti radiali (trasversali) del fluido anziché i movimenti assiali ottenuti con un fascio assiale.

velocità sono basse. Poco distanti dal centro della connessione, si riconoscono inoltre delle linee di flusso elicoidali (*swirling*), causate dai flussi secondari che sono conseguenti alla insoddisfacente gestione dell'energia cinetica proveniente dalle vene cave.

3.1.2 Principali problematiche

Ad esempio, un problema critico consiste nell'ottimizzazione dello shunt di tipo Blalock-Taussig modificato: si tratta di un breve condotto che mette in comunicazione l'aorta con l'arteria polmonare, che sarebbe altrimenti ipoperfusa. Questa operazione spesso usata nella prima fase del trattamento delle cardiopatie congenite, quando l'intervento deve avvenire entro pochi giorni dalla nascita e deve anche evitare un sovraccarico ai danni del cuore. In seguito, altre operazioni potranno rendersi necessarie per adattare la circolazione alle esigenze di un organismo pi sviluppato.
Un'altra importante operazione nel trattamento chirurgico del cuore univentricolare data dalla BCPA (Bidirectional Cavopulmonary Anastomosis, cioè anastomosi cavopolmonare bidirezionale). Si tratta della connessione della vena cava superiore all'arteria polmonare, bypassando completamente il cuore destro. Spesso questa configurazione prelude, con un intervallo di tempo pi o meno lungo, alla connessione cavopolmonare totale (TCPC), nella quale ambedue le vene cave, quella superiore e quella inferiore (SVC e IVC, rispettivamente), sono suturate direttamente all'arteria polmonare (la vena cava inferiore tramite un condotto in materiale sintetico).
Un criterio essenziale da seguire cercare di evitare una eccessiva pressione della IVC, che potrebbe generare alterazioni della funzione epatica e renale.
Un complesso problema di analisi fluidodinamica con immediata applicazione clinica dato dal fenomeno della competizione di flusso che si verifica nell'anastomosi cavopolmonare, fra il flusso proveniente dalla vena cava superiore e quello residuale proveniente dal ventricolo destro. La competizione di flussi convergenti in una regione ristretta può causare perdite energetiche, quindi importante cercare di controllare questo fenomeno. Il bendaggio dell' arteria polmonare principale, con il conseguente aumento della resistenza vascolare locale, ha evidenti conseguenze sulla competizione dei flussi: con bendaggi[29] del 100%, il fenomeno del flusso negativo, dalla polmonare verso la SVC, viene eliminato completamente, mentre se la restrizione minore si verifica questo effetto di flusso anterogrado.
Un problema frequentemente dibattuto riguarda le conseguenze a livello fisiologico della BCPA, che richiede un'alta pressione nelle polmonari (> 15 mmHg), mentre la pressione venosa sistemica dovrebbe essere bassa (non pi di 10 mmHg). Ci si trova quindi di fronte a esigenze contrastanti, il che giustifica la continua ricerca di ottimizzare le geometrie attualmente in uso. Sono stati riportati dati che mostrano un confronto fra BCPA con flusso addizionale e TCPC favorevole alla prima in termini di mortalità a breve e lungo termine, mentre la percentuale di saturazione di ossigeno risultata più alta nella seconda.

[29] Bendaggi elastici favoriscono l'immediata cicatrizzazione delle pareti venose evitando la formazione dei trombi e quindi accelerando sostanzialmente il processo di guarigione.

Allegati:

A)

Posizione	Aorta Ascend.	Aorta Discend.	Aorta Addom.	Arteria femorale	Carotide
Diametro interno d_i (cm)	1.5 1.0-2.4	1.3 0.8-1.8	0.9 0.5-1.2	0.4 0.2-08	0.5 0.2-0.8
Spessore della parete h (cm)	0.065 0.05-0.08		0.05 0.04-0.06	0.04 0.02-0.06	0.03 0.02-0.04
h/d_i	0.07 0.055-0.084		0.06 0.04-0.09	0.07 0.055-0.11	0.08 0.053-0.095
Lunghezza in vivo (cm)	5	20	15	10	15 10-20
Area della sezione (cm^2)	2	1.3	0.6	0.2	0.2
Area totale della sezione della rete (cm^2)	2	2	2	3	3
Picco di velocità del sangue ($m\ s^{-1}$)	1.2 0.4-2.9	1.05 0.25-2.5	0.05 0.5-0.6	1.0 1.0-1.2	
Velocità media del sangue ($m\ s^{-1}$)	0.2 0.1-0.4	0.2 0.1-0.4	0.15 0.08-0.2	0.1 0.1-0.15	
Picco del numero di Reynolds	4500	3400	1250	1000	
Numero di Womersley α	13.2	11.5	8	3.5	4.4
Celerità calcolata ($m\ s^{-1}$)	5.8		7.7	8.4	8.5
Celerità misurata ($m\ s^{-1}$)	5.0 4.0-6.0		7.0 6.0-7.5	9.0 8.0-10.3	8.0 6.0-11.0
Modulo di Young E ($10^5\ N/m^2$)	4.8 3-7		10 9-11	10 9-12	9 7-11

B)

Posizione	Arteriole	Capillari	Venule	Vena cava inferiore	Arteria Polmonare
Diametro interno d_i (cm)	0.005 0.001-0.008	0.006 0.0004-0.0008	0.004 0.001-0.0075	1.0 0.6-1.5	1.7 1.0-2.0
Spessore della parete h (cm)	0.002	0.0001	0.0002	0.015 0.01-0.02	0.02 0.01-0.03
h/d_i	0.4	0.17	0.05	0.015 0.01-0.02	0.01
Lunghezza in vivo (cm)	0.15 0.1-0.2	0.6 0.02-0.1	0.15 0.1-0.2	30 20-40	3.5 3-4
Area della sezione (cm^2)	$2x10^{-5}$	$3x10^{-7}$	$2x10^{-5}$	0.8	2.3
Area totale della sezione della rete (cm^2)	125	600	570	3.0	2.3
Picco di velocità del sangue ($m\ s^{-1}$)	0.75	0.07	0.35	0.25 0.15-0.4	0.7
Velocità media del sangue ($m\ s^{-1}$)	0.005-0.01	0.0002-0.0017	0.002-0.005		0.15 0.06-0.28
Picco del numero di Reynolds	0.09	0.001	0.035	700	3000
Numero di Womersley α	0.04	0.005	0.035	8.8	15
Celerità calcolata ($m\ s^{-1}$)				1.0	3.5
Celerità misurata ($m\ s^{-1}$)				4.0 1.0-7.0	2.5 2.0-3.3
Modulo di Young E ($10^5\ N/m^2$)				0.7 0.4-1.0	6 2-10

Tab. A), B):
Valori normali di diversi parametri geometrici ed fluidodinamici cardiovascolari.
I valori si riferiscono al cane, salvo quelli relativi ad arteriole, capillari e venule che sono stati misurati solo in mammiferi più piccoli (da Pedley, 1980).